



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská



Adaptivní vzorkování a rekonstrukce obrazu

Adaptive sampling and reconstruction of images

Bakalářská práce

Autor: **Kristýna Svatoňová**
Vedoucí práce: **Doc. Ing. Filip Šroubek, Ph.D., DSc.**
Akademický rok: 2022/2023

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student:	Kristýna Svatoňová
Studijní program:	Aplikace přírodních věd
Studijní obor:	Matematické inženýrství
Studijní zaměření:	Aplikované matematicko-stochastické metody
Název práce (česky):	Adaptivní vzorkování a rekonstrukce obrazu
Název práce (anglicky):	Adaptive sampling and reconstruction of images

Pokyny pro vypracování:

- 1) V některých pokročilých zobrazovacích metodách, jako je elektronová mikroskopie a magnetická rezonance, je nutné minimalizovat výkon dopadajícího záření na vzorek kvůli tzv. 'bleachingu'. Tyto zobrazovací metody zároveň umožňují adaptivní vzorkování, které problém 'bleachingu' může efektivně řešit. Je ale potřeba zvolit vhodnou vzorkovací strategii a následně zrekonstruovat data z nerovnoměrně rozdělených vzorků. Seznamte se s aktuálními metodami adaptivního/dynamického vzorkování a rekonstrukčními algoritmy pro nerovnoměrné vzorkování.
- 2) Implementujte minimálně jednu metodu adaptivního vzorkování.
- 3) Implementujte několik metod rekonstrukce obrazu pro nerovnoměrné vzorkování, jako je například prostá lineární interpolace, tzv. 'steering kernel regression', optimalizační metoda s totálně variační regularizací, apod.
- 4) Proveďte experimentální validaci metody adaptivního vzorkování a rekonstrukce porovnáním s náhodným a pravidelným vzorkováním na vhodném datasetu.

Doporučená literatura:

- 1) R. C. Gonzales, R. E. Woods, Digital Image Processing. 2nd ed., Prentice Hall, 2002.
- 2) S. Grosche, M. Koller, J. Seiler, A. Kaup, Dynamic Image Sampling Using a Novel Variance Based Probability Mass Function. IEEE Transactions on Computational Imaging 6, 2020, 1440--1450.

Jméno a pracoviště vedoucího bakalářské práce:

Doc. Ing. Filip Šroubek, Ph.D., DSc.

ÚTIA AV ČR, Pod Vodárenskou věží 4, CZ-182 08, Praha 8, Czech Republic

Jméno a pracoviště konzultanta:

Datum zadání bakalářské práce: 31.10.2021

Datum odevzdání bakalářské práce: 7.7.2022

Doba platnosti zadání je dva roky od data zadání.

V Praze dne 21. října 2021

.....
TO
garant oboru

.....
vedoucí katedry



.....
děkan

Poděkování:

Chtěla bych zde poděkovat především svému školiteli, panu docentu Šroubkovi za pečlivost, ochotu, vstřícnost, cenné rady a odborné i lidské zázemí při vedení mé bakalářské práce.

Čestné prohlášení:

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracovala samostatně a uvedla jsem všechnu použitou literaturu.

V Praze dne 2. srpna 2023

Kristýna Svatoňová

Název práce:

Adaptivní vzorkování a rekonstrukce obrazu

Autor: Kristýna Svatoňová

Obor: Matematické inženýrství

Zaměření: Aplikované matematicko-stochastické metody

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: Doc. Ing. Filip Šroubek, Ph.D., DSc., ÚTIA AV ČR

Abstrakt: Tato bakalářská práce se zabývá tématem adaptivního (dynamického) vzorkování a rekonstrukce obrazu. Je zaměřená na porovnání některých existujících metod vzorkování (náhodné vzorkování, regulární vzorkování, modifikované Gaussovo rozdělení, SLADS a PADIS) při použití dvou metod rekonstrukce ('griddata' a FSR). První část práce je rešeršní a zahrnuje popis použitých metod vzorkování a rekonstrukce, druhá část práce obsahuje výsledky experimentu a diskuzi. Experimenty probíhaly v MATLABu a Pythonu. K dispozici byly čtyři různé datasety obsahující 7 obrázků a porovnávání probíhalo na základě průměrných hodnot PSNR. Zkoumáním bylo zjištěno, že metoda adaptivního vzorkování PADIS překonává ostatní zkoumané metody vzorkování pro obě rekonstrukční metody ('griddata' a FSR), a to už od nízkého počtu vzorků (5%).

Klíčová slova: dynamické vzorkování, nepravidelné vzorkování, rekonstrukce obrazu, statické vzorkování, vzorkování obrazu

Title:

Adaptive sampling and reconstruction of images

Author: Kristýna Svatoňová

Abstract: The topic of this thesis is adaptive (dynamic) sampling and reconstruction of images. The objective is to compare five existing sampling methods (regular sampling, random sampling, modified Gaussian probability distribution, SLADS, PADIS) using two reconstruction methods ('griddata' and FSR). The first part of the thesis consists of research and a description of sampling methods and reconstruction methods used for comparison. The second part contains the results and discussion. For experiments we use MATLAB and Python, and four different datasets of 7 images were created for our experiments. Comparison is accomplished by using mean values of PSNR. Research showed that the adaptive sampling method PADIS overcomes other sampling methods for both reconstruction methods, starting from low sampling density (5%).

Key words: dynamic sampling, image reconstruction, image sampling, non-regular sampling, static sampling

Obsah

Úvod	7
1 Matematická formulace vzorkování	9
2 Metody vzorkování	11
2.1 Inkrementální vzorkování pomocí Gaussova rozdělení pravděpodobnosti	11
2.2 PADIS	12
2.2.1 Popis algoritmu	12
2.3 SLADS	14
2.3.1 SLADS algoritmus	15
2.3.2 Trénování SLADS	16
2.3.3 Odhad redukce zkreslení	16
2.3.4 Odhad parametru c	17
2.3.5 Lokální deskriptory ve vektoru příznaků V_l	17
2.3.6 Podmínka zastavení SLADS	18
2.3.7 Groupwise SLADS	19
3 Metody rekonstrukce obrazu	21
3.1 Delaunayova triangulace (griddata)	21
3.2 Frequency selective reconstruction (FSR)	22
3.2.1 Algoritmus FSR	22
4 Experimentální porovnávání metod	26
4.1 Popis experimentu	26
4.2 Výsledky a diskuze	27
4.2.1 Grafické a tabulkové znázornění výsledků	27
4.2.2 Interpretace a diskuze	36
Závěr	44

Úvod

Základním principem ve zpracování signálu je Shannonův-Nyquistův teorém, který určuje postačující podmínku, za níž je možná přesná zpětná rekonstrukce spojitého signálu z jeho vzorků. Říká, že signál (v tomto případě obraz) může být kvalitně zrekonstruován ze vzorků tehdy, když je frekvence vzorkování větší než dvojnásobek maximální frekvence v signálu. Vzorkovací frekvence musí být dostatečně vysoká, aby zabránila aliasingu (zkreslení, které nastává, je-li obraz vzorkován s příliš nízkou frekvencí)[7][6].

Pravidelné vzorkování, kdy je stejná vzorkovací frekvence aplikována uniformě přes celý obraz, je jedna z nejčastěji používaných forem vzorkování, ale může být redundantní (pro oblast se stejnou intenzitou teoreticky stačí jeden vzorek pro přesnou rekonstrukci). Je tedy vhodnější zvolit nepravidelné vzorkování neboli neregulární umožňující vynechání (neukládání) nedůležitých vzorků. Další výhodou neregulárního vzorkování je nižší pravděpodobnost tzv. Moaré efektu, což je důsledek aliasingu (může vzniknout při interagování pravidelného vzorkování s pravidelnými vzory v obraze)[6].

Metody neregulárního vzorkování můžeme obecně rozdělit na statické a dynamické (adaptivní). Na rozdíl od statického, kdy jsou nová data naměřená podle nějakého předem daného vzoru, adaptivní vzorkování umožňuje výběr nově měřených dat na základě informací získaných během předchozích měření (jedná se tedy o inkrementální vzorkování).

Dynamické vzorkování je vhodné pro použití v případech různých vědeckých zobrazovacích technik, které fungují na principu "point-wise imaging", kdy se pixely měří postupně v jednotlivém pořadí. Příkladem může být elektronová mikroskopie (rastrovací elektronový mikroskop SEM), hmotnostní spektrometrie s využitím nanodesorpčního elektrospreje (nano-DESI MSI), Ramanova spektroskopie nebo fluorescenční mikroskopie. Fluorescenční mikroskop je optický mikroskop využívající fluorescence k pozorování a zobrazení organických i anorganických struktur. Fluorescence vzniká ozářením vzorku zářením kratších vlnových délek, kdy vzorek absorbuje ultrafialové paprsky a emituje viditelné světlo pozorovatelné světelným mikroskopem. V procesu tzv. sekundární fluorescenční mikroskopie se na vzorek nanese látka (fluorofor), který umožní pozorování a zobrazení zkoumané struktury. Často používaný je zelený fluorescenční protein (green fluorescent protein). Při této metodě dochází k efektu vybělování (photobleaching), trvalé ztrátě fluorescence kvůli dlouhému světelnému vystavení. Možné řešení může být jak snížení světelné intenzity, tak i snížení doby osvětlování[3], [4]. V jiných situacích je zase živý organismus vystavován potenciálně škodlivé radiaci (rentgenové snímání)[2].

V těchto situacích, kdy může docházet k negativním dopadům na zkoumaný subjekt vlivem dlouhého času měření, je žádoucí sbírat pouze jistou podмноžinu dat, ze kterých je následně zrekonstruován celý obraz. Pro rekonstrukci vysoké kvality hraje klíčovou roli výběr vzorkovacích pozic[1]. Této minimalizace času potřebného k měření vzorků může být účinně docíleno metodami dynamického vzorkování. Ty můžou nejen zvýšit časovou efektivitu procesu měření, ale také snížit množství naměřených dat, které musí být uloženy. Jelikož dynamické vzorkování umožňuje adaptování výběru nových vzorků na již naměřená data, je kvalitní rekonstrukce možná už od menšího počtu vzorků. Potenciálem dynamického vzorkování je i využití v konceptu kompresního snímání (Compressed Sensing), který uvádí, že počet

vzorků potřebných ke kvalitní rekonstrukci signálu, je možný od mnohem menšího počtu vzorků, než jaký udává Shannonův-Nyquistův teorém.

Náplní této práce je implementace dvou metod dynamického neregulárního vzorkování a jejich porovnání s metodami statického neregulárního vzorkování a regulárním vzorkováním v závislosti na rekonstrukční metodě. Největší pozornost je věnována metodám dynamického vzorkování PADIS a SLADS. SLADS je metoda učení s učitelem, jejíž cílem je natrénování regresní funkce odhadující očekávané snížení zkreslení pro jakoukoliv polohu nového vzorku [2]. PADIS je metoda navrhuující pravděpodobnostní přístup k dynamickému vzorkování [1]. Pro rekonstrukci je využita Delaunayova triangulace a Frequency selective reconstruction (FSR).

První část práce je zaměřená na teorii a skládá se ze tří kapitol. První kapitola popisuje obecnou teorii vzorkování. Náplní druhé kapitoly je popis vybraných vzorkovacích metod a třetí se zabývá rekonstrukčními metodami. V druhé části práce je popsáno testování a porovnávání metod dynamického, statického a regulárního vzorkování za použití dvou rekonstrukčních algoritmů.

Kapitola 1

Matematická formulace vzorkování

Předpokládejme, že máme šedotónový obraz, který je obecně popsán pomocí funkce $f(x, y) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, kde (x, y) jsou prostorové souřadnice a $f(x, y)$ je amplituda (intenzita). Je-li definiční obor a obor hodnot f diskrétní a nosič f konečný, pak mluvíme o digitálním obrazu, jenž je složen z konečného počtu elementů (pixelů) a lze ho popsat pomocí matice $f \in \mathbb{R}^{m,n}$ [6].

V této práci budeme uvažovat šedotónový diskrétní obraz f a místo klasického indexování budeme používat hranaté závorky $f[x, y]$, kde $x \in \hat{m} = \{1, 2, \dots, m\}$ a $y \in \hat{n} = \{1, 2, \dots, n\}$. Vzorkování obrazu můžeme definovat jako součin původního obrazu $f[x, y]$ s binárním maskou $b[x, y] \in \{0, 1\}$, kde x a y značí souřadnice pixelu.

$$\tilde{f}[x, y] = f[x, y] \cdot b[x, y] \quad \forall x, y, \quad (1.1)$$

kde funkce $\tilde{f}[x, y]$ je obdržžený podvzorkovaný obraz. V případě neinkrementálního vzorkování je daný počet pixelů vybrán v jediném kroku [1].

V inkrementálním (přírůstkovém) vzorkování je určitý počet vzorků přidáván postupně v nějakém počtu kroků. Počet kroků a vzorků se přitom nemusí rovnat. Vzorkovací rovnici v k -tém kroku pak můžeme definovat následujícím vztahem:

$$\tilde{f}^{(k)}[x, y] = f[x, y] \cdot b^{(k)}[x, y] \quad \forall x, y, \quad (1.2)$$

kde $b^{(k)}[x, y]$ je binární maska, která obsahuje pixely naměřené do k -tého kroku.

V $(k + 1)$ -tém kroku jsou následně vybrány další pozice pixelů

$$\delta_b^{(k+1)}[x, y] = b^{(k+1)}[x, y] - b^{(k)}[x, y]. \quad (1.3)$$

Funkce $\delta_b^{(k+1)}$ označuje vzorky přidané v $(k + 1)$ -tém kroku.

V případě metod inkrementálního vzorkování platí, že všechny vzorky naměřené do k -tého kroku jsou v něm dostupné a všechny pixely získané v k -tém kroku nebyly naměřeny v krocích předchozích. To může být shrnuto v následujících poznámkách:

$$1) \{[x, y] | b^{(k)}[x, y] = 1\} \subset \{[x, y] | b^{(k+1)}[x, y] = 1\}$$

$$2) \{[x, y] | \delta^{(k+1)}[x, y] = 1\} \cap \{[x, y] | b^{(k)}[x, y] = 1\} = \emptyset$$

V k -tém kroku lze z navzorkovaných dat provést rekonstrukci obrazu, čímž získáme $\hat{f}[x, y]$, aproximaci původního obrazu [1].

Na rozdíl od statického inkrementálního vzorkování, kdy je maska $b^{(k+1)}[x, y]$ závislá pouze na předchozím $b^k[x, y]$, v případě dynamického inkrementálního vzorkování je vzor $b^{(k+1)}[x, y]$ závislý i na již navzorkovaných datech $\tilde{f}[x, y]$.

Pro statické inkrementální vzorkování můžeme tedy psát:

$$b^{(k+1)}[x, y] = h_S(b^{(k)}[x, y]) \quad (1.4)$$

a pro dynamické:

$$b^{(k+1)}[x, y] = h_D(b^{(k)}[x, y], \tilde{f}[x, y]), \quad (1.5)$$

kde funkce h_S a h_D značí obecně nějakou funkční závislost [1].

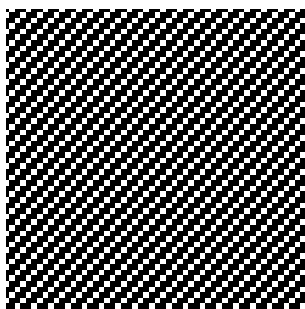
Pozn. 1.1: Máme-li k navzorkovaných pixelů, jejich pozice označíme jako $s^{(i)} = (x_i, y_i)$ ($i \in \hat{k}$). Hodnoty vybraných pixelů a jejich lokace můžeme zapsat do matice velikosti $k \times 2$ (pozice (x_i, y_i) necht' značí jeden prvek matice)

$$Y^{(k)} = \begin{bmatrix} (x_1, y_1); & f[x_1, y_1] \\ \vdots & \vdots \\ (x_k, y_k); & f[x_k, y_k] \end{bmatrix}. \quad (1.6)$$

Funkce $\hat{f}^{(k)}$ pak značí odhad původního f při k navzorkovaných pixelech [2].



(a) Originální obraz f



(b) Maska b



(c) Data \tilde{f} po vzorkování

Obrázek 1.1: Příklady f , b a \tilde{f} v procesu vzorkování

Kapitola 2

Metody vzorkování

V této sekci budou popsány některé metody používané pro vzorkování obrazu: jedná se o přírůstkové vzorkování pomocí Gaussova pravděpodobnostního rozdělení, metoda PADIS a metoda SLADS.

2.1 Inkrementální vzorkování pomocí Gaussova rozdělení pravděpodobnosti

Obecným problémem regulárního vzorkování obrazu je častější výskyt aliasingu, tedy zkreslení. Neregulární vzory mohou být použity pro řešení takového problému. Na druhou stranu požadujeme jistou jednotnost, která zaručí, že bude dostatečně ovzorkován celý obraz, aby nedošlo k zanedbání některého detailu. V případě inkrementálního vzorkování také požadujeme, aby vzorkovací pozice byly vybírány a přidávány postupně v jednotlivých krocích. To umožňuje časovou efektivitu. Obraz lze zpracovávat postupně v daných krocích. Přidáváme další pixely, dokud není dosažena rekonstrukce očekávané kvality, a využíváme přitom pixely již naměřené v předchozích krocích. Za účelem omezení plýtvání vzorků je nutné zamezit opětovné volbě stejných pixelů.

Tyto podmínky splňuje vzorkování podle modifikace Gaussova pravděpodobnostního rozdělení. Jedná se o statické inkrementální vzorkování, kdy je maska neregulární avšak uniformní ve smyslu, že vzorkování probíhá v každé části obrazu[5].

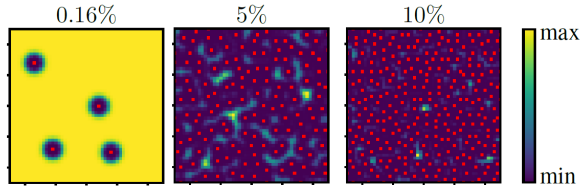
Navržená metoda vzorkování vychází z normálního rozdělení:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right).$$

Modifikace pravděpodobnostního rozdělení, podle kterého jsou vybrány nové vzorky, má v kroku l tvar:

$$P^l[x, y] = \prod_{k < l} \left(1 - \exp\left(-\frac{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}{4}\right)\right)^\alpha, \quad (2.1)$$

kde (x_k, y_k) jsou souřadnice již zvolených pixelů. Platí $P_l[x_k, y_k] = 0$ pro $\forall k < l$. Je tedy splněno, že žádný vzorek, vybraný v nějakém z předchozích kroků k , nebyl zvolen v kroku l znovu. Parametr α určuje strmost změny v intervalu $[0, 1]$. Autoři[5] volí $\alpha = 7$ pro spíše prudkou změnu.



Obrázek 2.1: Ukázka výběru bodů při použití metody modifikovaného Gaussova rozdělení. Červeně jsou označené již zvolené body. Teplotní mapa ukazuje, že v těsné blízkosti pozic již vybraných pixelů je pravděpodobnost zvolení dalšího minimální. Naopak maximální je v oblastech nejvíce vzdálených již vybraným pixelům. *Převzato z: cit. [5]*

2.2 PADIS

PADIS (*Probabilistic Approach to Dynamic Image Sampling*) je metoda, která rozšiřuje statický přístup popsaný v sekci 2.1 do dynamické podoby.

Intuitivně algoritmus funguje tak, že dynamicky přizpůsobuje masku vzorkování již naměřeným hodnotám. Výběr nových vzorků probíhá na základě navržené pravděpodobnostní hmotnostní funkce, která přiřazuje vyšší pravděpodobnost oblastem obrazu s vyšším rozptylem. Tyto oblasti jsou více heterogenní a jsou to tedy části obrazu, které s větší pravděpodobností obsahují důležité informace potřebné k získání kvalitní rekonstrukce. Algoritmus pak vybírá nové pozice pro vzorkování pomocí této pravděpodobnostní funkce a postupně zvyšuje hustotu měření v oblastech s vysokým rozptylem a snižuje v oblastech s nízkým, které však nejsou v průběhu procesu zcela zanedbávány [1].

2.2.1 Popis algoritmu

Metoda má jako výchozí bod počáteční vzorkovací masku $b^{(0)}[x, y]$ (například maska náhodného vzorkování), která má nízkou hustotu vzorků, $d_{(0)} \ll 100\%$. Tato počáteční hustota by měla být ale dostatečně vysoká, aby pokryla všechny části obrazu a nedošlo k vynechání detailů v některé jeho části. Poté hledáme další vzorky $b^{(k+1)}[x, y]$ v závislosti na předchozích vzorcích $b^{(k)}[x, y]$ a navzorkovaných hodnotách $\tilde{f}^{(k)}[x, y]$.

Pro vybrání dalšího vzorku je nejprve třeba určit *odhad lokální variance obrazu* pro každý pixel. Cílem je totiž vzorkovat heterogenní oblasti s větší hustotou než homogenní oblasti. Mějme pozici $[x, y]$, ve které můžeme definovat odhadovanou varianci vztahem

$$v[x, y] = \sum_{i \in W} \sum_{j \in W} \frac{w[i, j](\tilde{f}^{(k)}[x + i, y + j] - \mu)^2}{N}, \quad (2.2)$$

kde $W = [-s, s]$. Odhadovaná lokální variance na pozici $[x, y]$ je závislá na bloku o velikosti $(2s + 1) \times (2s + 1)$ neregulárně ovzorkovaného obrazu $\tilde{f}^{(k)}$ okolo dané pozice. Parametr μ je průměr hodnot pixelů daného bloku [1]:

$$\mu = \frac{\sum_{i, j \in W} \tilde{f}^{(k)}[x + i, y + j]}{\sum_{i, j \in W} b^{(k)}[x + i, y + j]}. \quad (2.3)$$

N v předpisu (2.2) značí normalizační konstantu. Ta je tvaru:

$$N = \max_{\tilde{i}, \tilde{j}}(w[\tilde{i}, \tilde{j}]) \sum_{i, j \in W} b^{(k)}[x + i, y + j]. \quad (2.4)$$

A w je exponenciální váhová funkce:

$$w[i, j] = b^{(k)}[i, j] \exp\left(\frac{i^2 + j^2}{s^2}\right). \quad (2.5)$$

Normalizací mapy variance, definované vztahem (2.2), obdržíme:

$$v'[x, y] = \frac{v[x, y]}{\max_{\tilde{x}, \tilde{y}}(v[\tilde{x}, \tilde{y}])} \quad (2.6)$$

a $v'[x, y] \in [0, 1]$ nazveme *normalizovanou varianční mapou*[1] sloužící pro identifikaci oblastí, kde se více mění rozptyl hodnot pixelů. V případě normalizace platí, že čím bližší hodnota k 1, tím větší je variance.

Odvozená normalizovaná mapa variance je využita k odvození hmotnostní pravděpodobnostní funkce k výběru následujících vzorkovacích pozic. Autoři metody PADIS rozšiřují přístup v sekci 2.1, kde vzorkování probíhá podle statického vzoru. Pomocí mapy variance se tento přístup rozšiřuje do dynamické podoby, kdy se výběr nových vzorků adaptuje na již zjištěné hodnoty, resp. jejich rozptyl. Pomocí zlogaritmování normované mapy variance odhalíme více struktur v obrazu tak, aby byly viditelné i méně dominantní[1].

Následně se určí prahová hodnota, která se použije pro oříznutí logaritmické mapy variance. Tato hodnota je označena jako t_{max} a nastavena tak, že distribuční funkce (CDF) dosahuje v této hodnotě na limit 98%.

Oříznutá a znormalizovaná logaritmická mapa variance pak nabývá tvaru:

$$\sigma[x, y] = \begin{cases} \sigma_{max} & \text{if } v_{log} \geq t_{max} \\ \sigma_{max} \frac{v_{log}[x, y]}{t_{max}} & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2.7)$$

Nejdůležitějším krokem pro adaptivitu tohoto algoritmu je výběr σ_{max} , které slouží k popisu šířky oblasti kolem pixelu, ve které by nové vzorky měly být zvoleny s nízkou pravděpodobností. Necht' d_s značí vzorkovací hustotu v kroku s . Autoři[1] volí:

$$\sigma_{max} = \frac{\gamma}{\sqrt{d_s}}, \quad (2.8)$$

kde γ je konstanta úměrnosti, kterou je potřeba nalézt trénováním parametrů.

Oříznutou a renormalizovanou mapu variance poté používáme jako lokální směrodatnou odchylku v modifikaci Gaussovské pravděpodobnostní funkce, podle které jsou voleny nové vzorky. Cílem je výběr vzorků tak, že hustota vzorkování je větší v heterogenních oblastech (pixely jsou tedy s větší pravděpodobností vybrány právě v těchto oblastech), zároveň ale není žádoucí zanedbávat zcela homogenní oblasti, kde se mohou objevit jemné detaily. Stejně jako v sekci 2.1 definujeme modifikovanou Gaussovu pravděpodobnostní funkci:

$$p[x, y, m, n] = \left(1 - \exp\left(-\frac{(x - m)^2 + (y - n)^2}{\sigma[m, n]^2}\right)\right)^\alpha, \quad (2.9)$$

kde pro střed (souřadnice některého již zvoleného pixelu) $[m, n]$ dostaneme $p = 0$, což zaručí, že žádné již zvolené pozice nebudou vybrány znovu[1]. Parametr α kontroluje strmou změnu mezi 0 a 1 a volíme ji rovnu 7 [5].

Pravděpodobnostní funkci, podle které jsou vybírány nové pixely, definujeme jako součin modifikovaných Gaussovských funkcí se středem v již zvolených pixelech:

$$P^k = \prod_{(m, n) | b^k[m, n] = 1} p[x, y, m, n] \quad (2.10)$$

(dalo by se normalizovat, aby $\sum_{x,y} P^k[x,y] = 1$, metoda ale pracuje s formou (2.10)).

Takto definovaná funkce zajišťuje, že jsou častěji voleny pixely v oblastech heterogenních, kde se mění struktura, ne však zbytečně hustě. Kolem dříve zvolených pixelů je kruhové okolí, ve kterých existuje malá pravděpodobnost výskytu dalších volených pixelů. Metoda neplýtvá vzorky a zároveň nezanedbává homogenní oblasti (vzorkování s nižší hustotou).

Proces neprobíhá po jednom pixelu. V $(k + 1)$ -tém kroku je použita funkce (2.10) k vybraní N souřadnic nových pixelů v pozicích $[x, y]$. Ty jsou uloženy do $\delta_b^{(k+1)}[x, y]$ (viz. (1.3)) [1].

2.3 SLADS

SLADS (*Supervised Learning Approach for Dynamic Sampling*) je metoda dynamického vzorkování s učitelem. Algoritmus intuitivně funguje tak, že iterativně vybírá nové pozice k měření na základě informací získaných z předchozích měření. Výběr nových vzorků funguje na principu maximalizačního kritéria. Po každé iteraci algoritmus aktualizuje model a vybírá další vzorky na základě odhadu zlepšení kvality, pokud by se v daném místě změřil pixel. Proces pokračuje až do zastavující podmínky [2].

Groupwise SLADS provádí v každém kroku více měření, což může být efektivnější v určitých zobrazovacích technikách, kde je rychlejší změřit sadu předem určených pixelů, než je získávat postupně.

Nechť máme obraz popsáný jako v poznámce 1.1. Lokaci nově naměřeného pixelu v dalším kroku označíme jako $s^{(k+1)} = (x_{k+1}, y_{k+1})$. Tato nově přidaná pozice vzorkování je vybrána tak, aby odhadované snížení zkreslení bylo maximální. Hledáme tedy nově naměřený pixel s lokací $s^{(k+1)} = (x_{k+1}, y_{k+1}) := l$ a příslušnou rekonstrukci obrazu $\hat{f}^{(k+1,l)}$. Pro zvolení tohoto pixelu je cílem minimalizovat zkreslení mezi původním obrazem f a rekonstrukcí pro k vybraných pixelů (s lokacemi s_k) a nový pixel s lokací l , $\hat{f}^{(k,l)}$, které může být definováno následovně:

$$D(f, \hat{f}^{(k,l)}) = \sum_r D(f_r, \hat{f}_r^{(k,l)}), \quad (2.11)$$

kde D je nějaká funkce, jež měří zkreslení mezi pixely (může se například jednat o $D(x_1, x_2) = |x_1 - x_2|$) [2] a suma probíhá přes všechny pixely r v obrazu. Definujeme *celkovou redukci zkreslení (reduction)* jako

$$R^{(k,l)} = \sum_r R_r^{(k,l)} = \sum_r (D(f_r, \hat{f}_r^{(k)}) - D(f_r, \hat{f}_r^{(k,l)})) = D(f, \hat{f}^{(k)}) - D(f, \hat{f}^{(k,l)}), \quad (2.12)$$

kde $R_r^{(k,l)}$ je redukce zkreslení v pixelu na pozici r v případě naměření hodnoty pixelu v pozici l . Přesná hodnota R ale není známá, protože v průběhu vzorkování není známé f . Definujeme tedy *odhad celkového snížení zkreslení (ERD: expected reduction in distortion)*:

$$\tilde{R}^{(k,l)} = \mathbb{E}[R^{(k,l)} | Y^l] \quad (2.13)$$

a hledáme $l = s^{(k+1)}$, které ERD maximalizuje. Platí, že:

$$l_{best} = \arg \max_l \tilde{R}^{(k,l)}. \quad (2.14)$$

Výsledek lze shrnout do matice $Y^{(k+)}$, [2]:

$$Y^{(k+1)} = \begin{bmatrix} Y^{(k)} \\ l = (x_{k+1}, y_{k+1}), \quad f[x_{k+1}, y_{k+1}] \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

2.3.1 SLADS algoritmus

Tato podkapitola se zabývá otázkou, jakým způsobem přesně určit funkci *ERD*. Metoda SLADS řeší tento problém tak, že vztah mezi *ERD* a již známými měřeními, $Y^{(k)}$ odhaduje přímo z dat. Využívá k tomu tzv. učení s učitelem. Metoda SLADS určuje regresní funkci \mathcal{F}_l^θ , pro kterou platí:

$$\tilde{R}^{(k,l)} = \mathcal{F}_l^\theta(Y^{(k)}), \quad (2.16)$$

kde θ jsou trénovatelné parametry. Funkce \mathcal{F}_l^θ je nelineární regresní funkce. Je žádoucí, aby výsledná funkce byla nezávislá na proměnné k (rozdílná procenta vzorkování). To zajišťuje robustnost odhadu vůči změně procenta vzorkování. Pro odhad regresní funkce je vytvořena trénovací databáze. Obraz f je v tomto případě známý a lze tedy vypočítat

$$R^{(k,l)} = D(f, \hat{f}^{(k)}) - D(f, \hat{f}^{(k,l)}), \quad (2.17)$$

kde $\hat{f}^{(k)}$ je nejlepší odhad rekonstrukce obrazu f obdrženy z $Y^{(k)}$ a $\hat{f}^{(k,l)}$ je nejlepší odhad obdrženy z $Y^{(k)}$ a přidaného měření v lokaci l . To znamená, že $R^{(k,l)}$ je redukce zkreslení po přidání měření v lokaci l [2].

Tím jsou získány páry $(R^{(k,l)}, Y^{(k)})$. Jelikož je f známý v průběhu trénování, lze spočítat redukci zkreslení $R^{(k,l)}$. Pomocí funkce \mathcal{F}_l^θ se bude počítat odhad redukce zkreslení $\tilde{R}^{(k,l)}$. Funkce \mathcal{F}_l^θ bude tvořena řádkovými vektory obsahující příznaky získané z $Y^{(k)}$. V každé lokaci l budou extrahovány vektory lokálních příznaků V_l . Můžeme psát $V_l = g_l(Y^{(k)})$, kde g_l je nelineární funkce, která přiřadí měřením $Y^{(k)}$ vektor V_l . V případě SLADS od autorů [2] jsou voleny příznaky popsané v podsekcí 2.3.4.

Z tohoto vektoru pak probíhá výpočet *ERD* následovně

$$\tilde{R}^{(k,l)} = \mathcal{F}_l^\theta(Y^{(k)}) = g_l(Y^{(k)})\theta = V_l\theta, \quad (2.18)$$

kde V_l je vektor lokálních příznaků extrahovaných z $Y^{(k)}$. Parametr θ je odhadnut pomocí metody nejmenších čtverců

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \mathbb{R}^p} \|R - V\theta\|^2, \quad (2.19)$$

kde R je k -dimenzionální sloupcový vektor redukcí zkreslení a V je vektor lokálních příznaků:

$$R = \begin{bmatrix} R^{s_1} \\ \vdots \\ R^{s_k} \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} V_{s_1} \\ \vdots \\ V_{s_k} \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

Množina dvojic $\{(R_{s_i}, V_{s_i})\}_{i=1}^k$, jež jsou extrahovány z dat při trénování, tvoří dohromady dvojici vektorů (R, V) .

Pak je možné odhad parametru θ zapsat pomocí rovnice

$$\hat{\theta} = (V^T V)^{-1} V^T R. \quad (2.21)$$

Díky tomu je možné odhadnout *ERD* pro každou nenaměřenou pozici pixelu a získat tak pozici $s^{(k+1)} := l$ jako

$$l_{best} = \arg \max_l V_l^{(k)} \hat{\theta} := l, \quad (2.22)$$

kde maximum se počítá přes všechny možné pozice pixelu l v obrazu. $V_l^{(k)}$ značí vektor lokálních příznaků získaný z měření $Y^{(k)}$ v lokaci l . Pro nalezení dalších lokací touto dynamickou metodou je opakován výše zmíněný postup [2].

2.3.2 Trénování SLADS

Je potřeba mít k dispozici poměrně velké množství párů pro správný odhad ERD funkce. V případě reálného spouštění algoritmu to znamená značnou časovou náročnost výpočtu, jelikož pro zjištění hodnoty $R^{(k,l)}$ pro každou pozici pixelu l potřebujeme provést dvě rekonstrukce $\hat{f}^{(k)}$ a $\hat{f}^{(k;l)}$. Autoři [2] navrhnou následující řešení. Pro natrénování SLADS algoritmu se zvolí N obrázků $\{f_1, \dots, f_N\}$ a množina $P = \{p_1, \dots, p_H\}$ vzorkovacích hustot (procenta z celkového počtu pixelů obrazu), kde $(0 \leq p_h \leq 1 \forall h \in \{1, 2, \dots, H\}, p_i < p_j \text{ pro } \forall i < j)$. Trénování probíhá tak, že pro každý obraz f_n a každou vzorkovací hustotu p_h se použije *random sampling*, kdy je daný počet vzorků vybrán zcela náhodně a následně je pro každou nenaměřenou pozici l vypočtena dvojice $(R^{(l)}, V_l)$, která je uložena do trénovací databáze. Tento proces je následně zopakován pro všechny obrazy a všechny hustoty vzorkování [2].

2.3.3 Odhad redukce zkreslení

Pro jednoduchost je přepsán vztah pro snížení zkreslení daný jako (2.12) bez závislosti na k :

$$R^{(l)} = D(f, \hat{f}) - D(f, \hat{f}^{(l)}), \quad (2.23)$$

kde obraz f je známý z trénování, \hat{f} je rekonstrukce využívající k pixely s lokacemi $s^i = (x_i, y_i)$ a s příslušnými naměřenými hodnotami $f[x_i, y_i]$ (pro $\forall i \in \hat{k}$) a $\hat{f}^{(l)}$ je rekonstrukce v případě přidání nového pixelu v lokaci $s^{(k+1)} = l$. Tu je třeba spočítat pro každou novou pozici l . Je možné spočítat páry $(V_l, R^{(l)})$, ale z důvodu časové náročnosti autoři [2] navrhnou metodu aproximace hodnoty $R^{(l)}$. V ní postačí spočítat pouze jednu hodnotu snížení zkreslení $R^{(l)}$, bude tedy nutné provést pouze jednu rekonstrukci za účelem zjištění ostatních hodnot $R^{(l)}$ pro všechny pixely s pozicí l . Mějme redukci zkreslení ve formě:

$$R^{(l)} = \sum_r R_r^{(l)}, \quad (2.24)$$

kde $R_r^{(l)}$ je redukce zkreslení v pixelu r vypočtená po přidání pixelu v lokaci l . *Aproximaci snížení zkreslení v pixelu na pozici r* pak označíme jako

$$\tilde{R}_r^{(l)} = h_{l,r} D(f[x_r, y_r], \hat{f}[x_r, y_r]), \quad (2.25)$$

kde

$$h_{l,r} = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_l^2} \|r - l\|^2\right), \quad (2.26)$$

kde σ_l je vzdálenost mezi pixelem s lokací l a nejbližším dříve naměřeným pixelem vydělená parametrem c :

$$\sigma_l = \frac{\min_{t \in S} \|l - t\|}{c}, \quad (2.27)$$

kde $S = \{s_1, \dots, s_k\}$ je množina k již naměřených pixelů [2]. Celkový odhad snížení zkreslení je pak

$$\tilde{R}^{(l)} = \sum_r h_{l,r} D(f[x_r, y_r], \hat{f}[x_r, y_r]), \quad (2.28)$$

kde suma probíhá přes všechny pixely v obraze. Stačí tedy spočítat jen jednu rekonstrukci a to tu, kterou získáme z k pixelů naměřených v předchozím kroku. Rekonstrukce pro nově přidávaný pixel na pozici l pomocí ní odhadneme. Parametr c bude vysvětlen v podsekcí 2.3.4. Parametr $h_{l,r}$ je zaveden jako vážená vzdálenost mezi novým měřením s lokací l a pixelu v lokaci r . $D(f[x_r, y_r], \hat{f}[x_r, y_r])$ značí zkreslení

získané na pozici r naměřením nového pixelu v lokaci l . V případě, že $l = r$, je vzdálenost nulová a tedy $h_{r,r} = 1$ a pro redukci zkreslení pak platí

$$\tilde{R}_l^{(l)} = D(f[x_l, y_l], \hat{f}[x_l, y_l]) = 0. \quad (2.29)$$

Vzhledem k předpisu $h_{l,r}$ je zřejmé, že čím vzdálenější bude pixel r od přidaného pixelu l , snížení zkreslení bude menší. S větší vzdáleností pixelu na pozici r a pixelu s lokací l je redukce zkreslení oslabována váhovým parametrem $h_{l,r}$. Díky parametru σ_l je váhový faktor $h_{l,r}$ (a tedy i tlumení snížení zkreslení) také závislý na lokální hustotě vzorkování [2].

2.3.4 Odhad parametru c

Odhad probíhá z trénovací databáze obsahující přibližné snížení zkreslení pro nějakou množinu hodnot jejíž mohutnost je U a $c \in \{c_1, c_2, \dots, c_u\}$. Každý vstup (obraz) v trénovací databázi vytvoří:

$$(\tilde{R}^{(l,c_1)}, \tilde{R}^{(l,c_2)}, \dots, \tilde{R}^{(l,c_U)}, V_l),$$

kde $\tilde{R}^{(l,c_i)}$ je očekávané snížení zkreslení za použití parametru c_i . Z této trénovací databáze vypočteme parametry $\hat{\theta}^{(c_i)}$ a s jejich použitím aplikujeme algoritmus na N obrázků a simulaci zastavíme po odebrání K vzorků. Pro každou simulaci (každý n -tý obraz, $n \in \{f^{(1)}, f^{(2)}, \dots, f^{(N)}\}$) spočteme *celkové zkreslení* (TD , *total distortion*):

$$TD_k^{(n,c_i)} = \frac{1}{|\omega|} D(f^{(n)}, \hat{f}^{(k,n,c_i)}), \quad (2.30)$$

kde $k \in \{1, 2, \dots, K\}$, $f^{(n)}$ je n -tý obraz z trénovací databáze (tedy známý obraz) a $\hat{f}^{(k,n,c_i)}$ je příslušná rekonstrukce spočtená z k vzorků za použití parametru c_i [2]. Po provedení výpočtu celkového zkreslení pro všechny obrazy z trénovací databáze se hodnoty zprůměrují:

$$\overline{TD}_k^{(c_i)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N TD_k^{(n,c_i)}, \quad (2.31)$$

což je *průměrné totální zkreslení* přes N trénovacích obrazů. Toto je spočítáno pro všechna $k \in \{1, 2, \dots, K\}$, čímž získáme křivku, jejíž integrací dostaneme plochu pod ní jako metriku celkového zkreslení pro každé c_i :

$$DM^{(c_i)} = \sum_{k=2}^K \frac{\overline{TD}_{k-1}^{(c_i)} - \overline{TD}_k^{(c_i)}}{2}. \quad (2.32)$$

Plocha pod křivkou $\overline{TD}_k^{(c_i)}$ kvantifikuje rychlost redukce chyby pro každý parametr c_i a lze ji použít pro rozhodnutí jaký parametr použít. Optimální parametr je [2]:

$$c^* = \arg \min_{c \in \{c_1, c_2, \dots, c_U\}} \{DM^{(c)}\}. \quad (2.33)$$

2.3.5 Lokální deskriptory ve vektoru příznaků V_l

Autoři [2] navrhují použít v implementaci skalární deskriptory měřící gradienty ($Z_{l,1}, Z_{l,2}$), směrodatné odchylky ($Z_{l,3}, Z_{l,4}$) a hustotu vzorků ($Z_{l,5}, Z_{l,6}$). Prvními deskriptory jsou gradienty v podélném směru (x) a gradienty ve směru svislém (y):

$$Z_{l,1} = D(\hat{f}_{l,x+}, \hat{f}_{l,x-}) \quad (2.34)$$

$$Z_{l,2} = D(\hat{f}_{l_{y+}}, \hat{f}_{l_{y-}}), \quad (2.35)$$

kde l_{x+} a l_{x-} jsou sousední pixely pixelu l v horizontálním směru a l_{y+} a l_{y-} jsou sousední pixely ve vertikálním směru.

Dále jsou to deskriptory popisující směrodatné odchylky:

$$Z_{l,3} = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{r \in \mathcal{S}} D(f_r, \hat{f})^2} \quad (2.36)$$

$$Z_{l,4} = \sum_{r \in \mathcal{S}} w_r^{(l)} D(f_r, \hat{f}), \quad (2.37)$$

kde \mathcal{S} je množina indexů L nejbližších sousedů pixelu l , váhu w_r lze spočítat jako $w_r^{(l)} = \frac{1}{\sum_{u \in \mathcal{S}} \frac{1}{\|l-u\|^2}}$, kde $\|l-r\|$ je euklidovská vzdálenost mezi l a r . Posledními deskriptory jsou měření hustoty vzorkování:

$$Z_{s,5} = \min_{r \in \mathcal{S}} \|l-r\|_2 \quad (2.38)$$

$$Z_{s,6} = \frac{1 + A_{l,\lambda}}{1 + A_{l,\lambda}^*}, \quad (2.39)$$

kde $A_{l,\lambda}$ je plocha kruhu tvořící $\lambda\%$ celkové velikosti obrazu a $A_{l,\lambda}^*$ je plocha uvnitř kruhu $A_{l,\lambda}$, která se měří [2].

Z těchto deskriptorů se vytvoří všechny možné kombinace druhého řádu. Vektor V_l má pak následující podobu

$$V_l = (1, Z_{l,1}, \dots, Z_{l,6}, Z_{l,1}^2, Z_{l,1}Z_{l,2}, \dots, Z_{l,1}Z_{l,6}, Z_{l,2}^2, Z_{l,2}Z_{l,3}, \dots, Z_{l,2}Z_{l,6}, \dots, Z_{l,6}^2). \quad (2.40)$$

Kombinace prvního a druhého řádu jsou použity, protože není znám vztah mezi *ERD* a deskriptory a je třeba zahrnout možnost nelineárních vztahů [2].

2.3.6 Podmínka zastavení SLADS

Pro definování kritéria pro zastavení algoritmu SLADS je nejdříve zavedeno *očekávané celkové zkreslení ETD (expected total distortion)* v kroku k :

$$ETD_k = \mathbb{E} \left[\frac{1}{|\omega|} D(f, \hat{f}^{(k)}) | Y^k \right]. \quad (2.41)$$

V procesu vzorkování není znám celý obraz f , je tedy nutné použít odhad. Vzorkování se zastaví, pokud je splněna následující podmínka:

$$ETD_k \leq T, \quad (2.42)$$

kde T je předem stanovený práh závislý na typu vzorkovaného obrazu a na vybrané metrice popisující zkreslení [2]. Místo ETD_k se využívá funkce ($k > 1$)

$$\epsilon^{(k)} = (1 - \beta)\epsilon^{(k-1)} + \beta D(f_{l^{(k)}}, \hat{f}_{l^{(k)}}^{(k-1)}), \quad (2.43)$$

kde β je uživatelem zvolený parametr určující vyhlazení, $f_{l^{(k)}}$ je naměřená hodnota pixelu v lokaci l v kroku k a $\hat{f}_{l^{(k)}}^{(k-1)}$ je hodnota pixelu ve stejné lokaci po rekonstrukci v kroku $k-1$. Platí, že $\epsilon^{(0)} = 0$. Hodnota $\epsilon^{(k)}$ ukazuje průměrnou úroveň zkreslení. Větší hodnota značí, že musí být naměřeno více pixelů a menší hodnota ukazuje, že rekonstrukce už je přesná a vzorkovací proces může být zastaven. Typicky

platí, že $\epsilon^{(k)} > ETD_k$, protože algoritmus se snaží vyřešit největší nesrovnalosti, proto měří pixely, jejichž hodnota je velmi nejistá a tedy $D(f_{l^{(k)}}, \hat{f}_{l^{(k)}}^{(k-1)})$ je pro ně větší. Z tohoto důvodu T nemůže být přesně prahová hodnota pro $\epsilon^{(k)}$ a místo toho je vypočtena funkce $\tilde{T}(T)$ s využitím vyhledávací tabulky (look-up-table LUT) a proces vzorkování je zastaven, je-li splněna následující podmínka [2]

$$\epsilon^{(k)} \leq \tilde{T}(T). \quad (2.44)$$

Tato funkce je zjištěna z trénovací databáze obrazů $\{f_1, \dots, f_N\}$. Pro každý obraz je nejdříve spočítán počet kroků potřebných pro získání dané hodnoty zkreslení:

$$K_n(T) = \min_k \left\{ k : \frac{1}{|\omega|} D(f_n, \hat{f}_n^{(k)}) \leq T \right\}, \quad (2.45)$$

kde $n \in \{1, 2, \dots, N\}$. Hodnota $\epsilon_n^{(K_n(T))}$ je poté zprůměrována přes všechny obrazy. Prahová funkce je pak:

$$\tilde{T}(T) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \epsilon_n^{(K_n(T))}. \quad (2.46)$$

V implementaci algoritmu SLADS je β definována jako:

$$\beta = \begin{cases} 0.001 \left(\frac{\log_2(512^2) - \log_2(|\omega|)}{2} + 1 \right) & \text{pro } |\omega| \leq 512^2 \\ 0.001 \left(\frac{\log_2(|\omega|) - \log_2(512^2)}{2} + 1 \right) & \text{pro } |\omega| \geq 512^2, \end{cases} \quad (2.47)$$

kde $|\omega|$ je počet pixelů v obrazu. Hodnota β je zvolena tak, aby výsledná křivka z $\epsilon^{(k)}$ byla hladká. Je-li to splněno, pak je variance $\epsilon_n^{(K_n(T))}$ v (2.46) nízká, což je žádoucí pro přesnost zastavovací podmínky [2].

2.3.7 Groupwise SLADS

Groupwise SLADS je vhodný k použití v metodách, kdy je výhodnější změřit více pixelů v předem určených pozicích najednou, než je měřit postupně. Příkladem může být snímání, kdy je nevýhodné pohybovat se snímací sondou, a je tedy vhodnější naměřit více pixelů najednou.

V kroku k je vybráno B pozic:

$$\mathcal{S}^{(k+1)} = \{s_1^{(k+1)}, s_2^{(k+1)}, \dots, s_B^{(k+1)}\}.$$

Pozice jsou zvoleny tak, aby bylo získáno nejlepší očekávané snížení zkreslení, tedy:

$$\mathcal{S}^{(k+1)} = \arg \max_{\{s_1, s_2, \dots, s_B\} \in \{\omega \setminus \mathcal{S}\}} \left\{ \tilde{R}^{(k; s_1, \dots, s_B)} \right\}, \quad (2.48)$$

kde $\tilde{R}^{(k; s_1, \dots, s_B)}$ je očekávané snížení zkreslení rekonstrukce po naměření pixelů $s_1^{(k+1)}, \dots, s_B^{(k+1)}$. Pro vyřešení této rovnosti je potřeba vzít v potaz $\binom{N-|\mathcal{S}|}{k}$ kombinací (předpokládáme, že obraz má N pixelů celkově). Problém je řešen navržením metody, kdy jsou tyto pixely vybírány postupně tak jako v případě standardního algoritmu SLADS. Jelikož ale měření probíhá ve skupině, nelze přepočítat funkci ERD po výběru každého pixelu. Není možné tedy zvolit přímo nejlepší pozici pro další měření. Místo toho je vypočten odhad hodnoty pro každou vybranou pozici pixelu a tento odhad je použit místo skutečné hodnoty [2]. Měření $s^{(k+1)}$ je určeno podle vztahu (2.14):

$$s^{(k+1)} = \arg \max_s \tilde{R}^{(k, s)} \quad (2.49)$$

a následně se za \mathcal{S} volí množina $\mathcal{S} \cup \{s_1^{(k+1)}\}$. Poté se hledá další pozice bez měření pixelu $s^{(k+1)}$, ale jelikož ten byl již zvolen, je třeba tuto informaci zahrnout do dalších kroků. V implementaci je předpokládáno, že skutečná hodnota $f_{s_1^{(k+1)}}^{(k+1)}$ je dána odhadovanou hodnotou $\hat{f}_{s_1^{(k+1)}}^{(k)}$, která je spočtena za použití k naměřených pixelů. Jedná se tedy o jistou pseudo-hodnotu (používáme odhad získaný v předchozím kroku místo naměřené hodnoty). Tato pseudo-hodnota společně s již naměřenými pixely je použita k odhadu pseudo-hodnot *ERD* $\tilde{R}^{(k, s^{(k+1)}; s)}$ pro každé $s \in \{\omega \setminus \mathcal{S}\}$, kde k označují již naměřené pixely v předchozích krocích a $s^{(k+1)}$ značí, že byla použita již zmíněná pseudo-hodnota [2].

Pro pixel $b \in \{1, 2, \dots, B\}$ je nejprve třeba vytvořit vektor pseudo-měření:

$$Y_b^{(k+1)} = \begin{bmatrix} Y^{(k)} \\ s_1^{(k+1)} = [x_1, y_1], & \hat{f}^{(k)}[x_1, y_1] \\ s_2^{(k+1)} = [x_2, y_2], & \hat{f}^{(k)}[x_2, y_2] \\ \vdots & \vdots \\ s_{b-1}^{(k+1)} = [x_{b-1}, y_{b-1}], & \hat{f}^{(k)}[x_{b-1}, y_{b-1}] \end{bmatrix}. \quad (2.50)$$

Za použití tohoto vektoru pseudo-měření je spočítána *pseudo-ERD* pro všechny $s \in \{\omega \setminus \mathcal{S}\}$:

$$\tilde{R}^{(k; s_1^{(k+1)}, \dots, s_{b-1}^{(k+1)}; s)} = V_s^{(k; s_1^{(k+1)}, \dots, s_{b-1}^{(k+1)})} \hat{\theta}, \quad (2.51)$$

kde $V_s^{(k; s_1^{(k+1)}, \dots, s_{b-1}^{(k+1)})}$ je vektor příznaků, který patří k lokaci s . Pro $b = 1$ *pseudo-ERD* odpovídá *ERD*, jelikož známe všechny hodnoty pixelů v daných lokacích. Zvolená pozice vektoru $s_b^{(k+1)}$ je pak ta, která splňuje maximalizační kritérium:

$$s_b^{(k+1)} = \arg \max_{s \in \{\omega \setminus \mathcal{S}\}} \tilde{R}^{(k; s_1^{(k+1)}, \dots, s_{b-1}^{(k+1)}; s)}. \quad (2.52)$$

Poté se pokračuje dál s množinou, do které je zahrnut výsledek předchozího kroku [2]:

$$\mathcal{S} \leftarrow \left\{ \mathcal{S} \cup s_b^{(k+1)} \right\}. \quad (2.53)$$

Kapitola 3

Metody rekonstrukce obrazu

Předchozí kapitoly se zabývaly metodami vzorkování obrazu. Součástí této problematiky je otázka, jakou metodu rekonstrukce zvolit. Porovnávání metod vzorkování je závislé na zvolené rekonstrukci.

V této kapitole budou popsány dvě metody: tou první je interpolace pomocí *Delaunayovy triangulace* a druhou metodou je *Frequency selective reconstruction (FSR)*.

3.1 Delaunayova triangulace (griddata)

První postup rekonstrukce použitý v této práci k porovnávání různých metod vzorkování obrazu popsaných v kapitole 2 je implementovaný funkcí *griddata* v prostředí MATLAB. Jedná se o funkci, která interpoluje rozptýlenou množinu dat. Vstupem jsou tři pole dat označené jako (x, y, v) , které funkce interpoluje do regulární mřížky specifikované souřadnicemi (x_q, y_q) a vrací interpolované hodnoty označené jako v_q . Syntakticky se tato funkce volá v prostředí MATLAB následovně:

$$v_q = \text{griddata}(x, y, v, x_q, y_q, \text{'method'}) \quad (3.1)$$

V této práci je funkce *griddata* použita pro rekonstrukci obrazu z masek získaných metodami vzorkování. V takovém případě jsou (x, y) souřadnice zvolených vzorků, za v je dosazen původní obraz (f), na který jsou aplikovány souřadnice vzorků a jsou tak zjištěny hodnoty vybraných pixelů. Dvojice $[x_q, y_q]$ označuje mřížku bodů, kterou je třeba interpolovat:

$$R = \text{griddata}(x, y, f, x_q, y_q, \text{'linear'}) \quad (3.2)$$

Metoda je specifikována parametrem *linear*. Základním principem této metody je *Delaunayova triangulace*, která používá sadu trojúhelníků k interpolaci rozptýlených dat do mřížky, kde každý trojúhelník obsahuje aspoň jeden vzorek [8, 11].

Delaunayova triangulace je metoda výpočetní geometrie používaná k vytvoření triangulace, tedy k pokrytí nějakého objektu trojúhelníky, tak aby byla splněna podmínka, kterou lze nazvat Delaunayovým kritériem. Ta říká, že žádný bod ze vstupních dat (v případě této práce jsou to vybrané vzorky) by neměl ležet uvnitř opsané kružnice jakéhokoliv trojúhelníku v triangulaci. Interpolace v případě funkce *griddata* se tedy provádí pomocí rozptýlených vzorků ve vrcholech trojúhelníku. Nejprve zkonstruuje trojúhelníky z dané sady vzorků, poté určí, ve kterém trojúhelníku leží vstupní bod určený k interpolaci a v něm poté provede lineární interpolaci pomocí hodnot ve vrcholech trojúhelníku (jako vážený součet vrcholů). Tento proces je zopakován pro všechny vstupní vzorky a výsledkem je mřížka interpolovaných hodnot [9, 10].

3.2 Frequency selective reconstruction (FSR)

Digitální obrazové signály jsou typicky definované pravidelně rozloženými vzorky. Většina metod vzorkování diskutovaných v této práci vede k získání neregulární množiny pozic vybraných pixelů. Metoda FSR umožňuje rekonstrukci z této nepravidelné sítě pixelů a převádí neregulární síť pixelů na regulární. Algoritmus FSR vychází z metody *Frequency selective extrapolation* (FSE), která využívá faktu, že obrazové signály lze zobrazit jako řídké signály ve frekvenční doméně pomocí Fourierovy transformace [13].

3.2.1 Algoritmus FSR

Obecně algoritmy sloužící k převzorkování obrazu na regulární mřížku vycházejí z faktu, že jsou dostupné neregulárně rozložené vzorky. Uvažujeme model:

$$\tilde{f}[x, y] = f[x, y] \times b[x, y]. \quad (3.3)$$

Stejně jako v kapitole 1 je $\tilde{f}[x, y]$ síť hodnot pixelů získaných vzorkováním původního obrazu $f[x, y]$ a to součinem původního obrazu s maskou $b[x, y]$. Pro popis metody předpokládáme nepravidelnou síť pixelů, kterou označíme jako \tilde{f}_{nr} . Platí tedy:

$$\tilde{f}_{nr}[x, y] = f[x, y] \cdot b[x, y]. \quad (3.4)$$

Cílem metody je získání nejlepší možné rekonstrukce obrazu $f[x, y]$ ze znalosti hodnot navzorkovaných pixelů $\tilde{f}_{nr}[x, y]$ a masky vzorkování $b[x, y]$ [12].

Nejprve je obraz rozdělen do bloků. Bloky s více známými pixely se zrekonstruují kvalitněji než ty s méně pixely a je tedy vhodné, aby jejich rekonstrukce proběhla jako první. Je třeba tedy bloky seřadit podle hustoty dostupných vzorků. Následně jsou z masky odfiltrovány vysoké frekvence pomocí dvoudimenzionálního gaussovského okna $d[x, y]$:

$$\tilde{b}[x, y] = b[x, y] * d[x, y]. \quad (3.5)$$

Poloviční šířka gaussovského okna je zvolena tak, aby měla stejnou velikost jako blok. Poté se sečtou jednotlivé hodnoty $\tilde{b}[x, y]$ v každém bloku a bloky jsou seřazeny podle lokální hustoty známých pixelů, aby byly přednostně rekonstruovány ty s vyšší hustotou vzorků.

Rekonstrukce probíhá blokově a to za použití vlastnosti digitálních obrazů, kdy blok může být zobrazen jako řídký signál ve frekvenční doméně. Mějme tedy blok neregulárně vzorkovaného obrazu o velikosti $M \times N$, který označíme jako $f_{nr}^b[m, n]$. Jeho střed v bodě $[x_0, y_0]$ je získán z původního obrazu jako

$$f_{nr}^b[m, n] = f[x_0 + m, y_0 + n]q[m, n], \quad (3.6)$$

kde $q[m, n]$ je odpovídající blok masky $b[x, y]$ [12].

Signál $f[x_0 + m, y_0 + n] := f^{(b)}[x, y]$ může být rozložen pomocí Fourierových bazických funkcí podle následujícího vzorce:

$$f^{(b)}[m, n] = \sum_{(k,l) \in \mathcal{D}} c_{(k,l)} \phi_{(k,l)}[m, n], \quad (3.7)$$

kde

$$\phi_{(k,l)}[m, n] = \exp\left(\frac{2\pi j}{M} km + \frac{2\pi j}{N} ln\right) \quad (3.8)$$

jsou bazické funkce Fourierovy transformace. Množina \mathcal{D} obsahuje indexy k, l všech možných bazických funkcí. Lze poznamenat, že pokud se jedná o řídký signál, pak je většina koeficientů $c_{(k,l)}$ nulová nebo zanedbatelně přispívající.

Frekvenční spektrum $f^{(b)}[m, n]$ lze psát ve tvaru

$$F[k, l] = \mathcal{F}\{f^{(b)}[m, n]\} = \sum_{\forall(m,n)} f^{(b)}[m, n] \phi_{[k,l]}^*[m, n], \quad (3.9)$$

kde $f^{(b)}[m, n]$ je signál v prostorové doméně a $\phi_{[k,l]}^*[m, n]$ jsou bazické funkce.

Pro spektrum neregulárně ovzorkovaného obrazu platí:

$$F_{nr}[k, l] = \mathcal{F}\{f_{nr}^{(b)}[m, n]\} = \frac{1}{MN} F[k, l] \otimes Q[k, l], \quad (3.10)$$

kde symbol \otimes značí konvoluci dvou periodických funkcí se stejnou periodou (*circular convolution*) a $Q[k, l]$ je Fourierova transformace bloku použité masky:

$$Q[k, l] = \mathcal{F}\{q[m, n]\}. \quad (3.11)$$

Po rozdělení a seřazení bloků začne rekonstrukce jednotlivých bloků. Ta je provedena v závislosti na prostorovém okolí a s ním tvoří blok tzv. *rekonstrukční oblast* \mathcal{L} , která je rozdělena na tři podmnožiny vzorků

$$\mathcal{L} = \mathcal{A} \cup \mathcal{B} \cup \mathcal{R},$$

kde množina \mathcal{A} značí známé navzorkované hodnoty, \mathcal{B} obsahuje pixely s neznámými hodnotami, \mathcal{R} je množina pixelů, které byly na počátku neznámé, ale už byly zrekonstruovány v předchozích krocích rekonstrukce jiných bloků. Jelikož jsou použity prvky, které již byly zrekonstruovány, je definice $f_{nr}^{(b)}$ (3.6) lehce odlišná, a proto je dále značená jako $\bar{f}_{nr}^{(b)}$, přičemž její vlastnosti jsou zachovány [12].

Cílem metody FSR je generování řídkého modelu pomocí známých vzorků:

$$g[m, n] = \sum_{(k,l) \in \mathcal{K}} \hat{c}_{(k,l)} \phi_{(k,l)}[m, n]. \quad (3.12)$$

Jedná se o váženou superpozici Fourierových bazických funkcí $\phi[m, n]$ definovaných jako (3.8). Parametry $\hat{c}_{(k,l)}$ označují příslušné koeficienty, které je třeba určit a \mathcal{K} je množina indexů všech použitých bazických funkcí.

Proces probíhá iteračně a v každé iteraci je zvolena jedna bazická funkce a příslušná váha (koeficient) je odhadnuta. Počáteční hodnota $g^{(0)}$ je nastavena jako nulová. V každé iteraci je spočteno reziduum mezi modelem a známými vzorky v iteraci v :

$$r^{(v)}[m, n] = \bar{f}_{nr}^{(b)}[m, n] - g^{(v)}[m, n] \quad (3.13)$$

a platí:

$$r^{(0)}[m, n] = \bar{f}_{nr}^{(b)}[m, n]. \quad (3.14)$$

V iteracích se pracuje s *váženou reziduální iterací* tvaru:

$$E_w = \sum_{(m,n) \in \mathcal{L}} |\bar{f}[m, n] - g[m, n]|^2 w[m, n], \quad (3.15)$$

kde $w[m, n]$ je vážená funkce:

$$w[m, n] = \begin{cases} \hat{\rho} \sqrt{(m - \frac{M-1}{2})^2 + (n - \frac{N-1}{2})^2} & \text{if } (m, n) \in \mathcal{A} \\ \delta \hat{\rho} \sqrt{(m - \frac{M-1}{2})^2 + (n - \frac{N-1}{2})^2} & \text{if } (m, n) \in \mathcal{R} \\ 0 & \text{if } (m, n) \in \mathcal{B}. \end{cases} \quad (3.16)$$

Tímto způsobem je zajištěno, že rozdílné vzorky různě ovlivňují výsledek generování modelu. Je zřejmé, že zrekonstruované oblasti v množině \mathcal{R} , které nebyly známy po procesu vzorkování, jsou méně spolehlivé než vzorky v množině \mathcal{A} . Vzorky z množiny \mathcal{B} nepřispívají při generování modelu, jelikož jejich hodnoty nejsou známy ze vzorkování ani z předchozích kroků rekonstrukce. Různým typům vzorků je tedy přiřazen různý váhový faktor exponenciálně klesající povahy. Rychlost klesání je kontrolována parametrem $\hat{\rho}$. Pro vzorky z \mathcal{R} je parametr mezi 0 a 1 [12]. Pro určení, kterou bazickou funkci $\phi_{(k,l)}[m, n]$ přidat v iteraci ν , se provede vážená projekce rezidua $r^{(\nu-1)}[m, n]$ pro všechny bazické funkce. K tomu se používá *vážená reziduální energie* [14]

$$\tilde{E}_{w,(k,l)}^{(\nu)} = \sum_{(m,n) \in \mathcal{L}} \left| r^{(\nu-1)}[m, n] - p_{(k,l)}^{(\nu)} \phi_{(k,l)}[m, n] \right|^2 w[m, n]. \quad (3.17)$$

Koeficient projekce $p_{(k,l)}^{(\nu)}$ minimalizuje $\tilde{E}_{w,(k,l)}^{(\nu)}$ pro uvažovanou bazickou funkci a lze ho spočítat pomocí parciálních derivací z rovnic

$$\frac{\partial \tilde{E}_{w,(k,l)}^{(\nu)}}{\partial p_{(k,l)}^{(\nu)}} \stackrel{!}{=} 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}_{w,(k,l)}^{(\nu)}}{\partial p_{(k,l)}^{(\nu)*}} \stackrel{!}{=} 0. \quad (3.19)$$

Tím je získáno řešení

$$P_{(k,l)}^{(\nu)} = \frac{\sum_{(m,n) \in \mathcal{L}} r^{(\nu-1)}[m, n] \phi_{(k,l)}^*[m, n] w[m, n]}{\sum_{(m,n) \in \mathcal{L}} \phi_{(k,l)}^*[m, n] w[m, n] \phi_{(k,l)}[m, n]}. \quad (3.20)$$

Efektivnější je však výpočet ve frekvenční doméně následovně:

$$P_{(k,l)}^{(\nu)} = \frac{R_w^{(\nu-1)}}{W[0, 0]}, \quad (3.21)$$

kde $R_w^{(\nu-1)}[m, n]$ je *Fourierova transformace váženého rezidua*

$$r_w^{(\nu-1)}[m, n] = r^{(\nu-1)}[m, n] \cdot w[m, n] \quad (3.22)$$

a $W[k, l]$ je *Fourierova transformace vážené funkce*. Následně se rozhodne, jakou bazickou funkci přidat do modelu. K tomu se používá *funkce optického přenosu (Optical Transfer Function OTF)*, která je definována jako Fourierova transformace *rozptylové funkce (point-spread function PSF)* a popisuje, jak optický systém upravuje frekvenční obsah obrazu objektu. Funkce OTF je obecně monotónně klesajícího charakteru, jelikož optické systémy mají omezenou schopnost přenášení vysokých frekvencí. Vysokofrekvenční obsah je tedy více tlumeným optickým systémem než nízkofrekvenční. Je třeba vzít v úvahu jiné rozdílné pravděpodobnosti jednotlivých bazických funkcí [12]. Využívá se *frekvenční vážená funkce* ve tvaru:

$$w_f[k, l] = \left(1 - \sqrt{2} \sqrt{\frac{\tilde{k}^2}{M^2} + \frac{\tilde{l}^2}{N^2}} \right)^2, \quad (3.23)$$

kde $\tilde{k} = \frac{M}{2} - \left| k - \frac{M}{2} \right|$ a $\tilde{l} = \frac{N}{2} - \left| l - \frac{N}{2} \right|$. Na takto definovanou funkci lze pohlížet jako na aproximaci OTF ideálního systému. Není třeba počítat exaktní OTF, jelikož přesné parametry optického systému jsou většinou neznámé a žádný systém není ideální. Tato aproximace OTF zajišťuje, že bazické funkce

nízké frekvence jsou upřednostňované oproti vysokofrekvenčním. Ty ale mohou být stále vybrány, jsou-li dostatečně dominantní, aby byla zajištěna dostatečně kvalitní rekonstrukce jemných detailů.

Za použití takto definované vážené frekvenční funkce je výsledkem procesu získání indexů bazické funkce, která bude přidána

$$(u, v) = \arg \max_{(k,l)} \left(|p_{(k,l)}^{(v)}|^2 w_f[k, l] \cdot \sum_{(k,l) \in \mathcal{L}} \phi_{(k,l)}^*[m, n] w[m, n] \phi_{(k,l)}[m, n] \right). \quad (3.24)$$

Toto může být vyjádřeno ve frekvenční doméně:

$$(u, v) = \arg \max_{(k,l)} w_f[k, l] \frac{|R_w^{(v-1)}[k, l]|^2}{W[0, 0]} = \arg \max_{(k,l)} \sqrt{w_f[k, l]} |R_w^{(v-1)}[k, l]|, \quad (3.25)$$

kde $\sqrt{w_f[k, l]}$ může být použita za využití vlastnosti funkce *argmax*, kterou lze vyhodnotit přes druhou odmocninu. Odstraněním konstanty $W[0, 0]$ lze pak navíc výpočet provést efektivněji.

Po zvolení bazické funkce je odhadnut její odpovídající váhový faktor:

$$\hat{c}_{(u,v)}^{(v)} = \gamma p_{(u,v)}^{(v)} = \gamma \frac{R_w^{(v-1)}[u, v]}{W[0, 0]}, \quad (3.26)$$

kde γ je faktor, který kompenzuje fakt, že bazické funkce už nejsou ortogonální (jsou vyhodnoceny společně s váhovou funkcí $w[m, n]$). Je tedy použita za účelem obdržení stabilního odhadu a snížení interference mezi různými bazickými funkcemi.

Po vybrání bazické funkce a odhadu váhového parametru dojde k aktualizaci modelu

$$g^{(v)}[m, n] = g^{(v-1)}[m, n] + \hat{c}_{(u,v)}^{(v)} \phi_{(u,v)}[m, n]. \quad (3.27)$$

Lze to vyjádřit ve frekvenční doméně, kde je potřeba změnit pouze amplitudu vybrané bazické funkce s indexy (u, v) :

$$G^{(v)}[u, v] = G^{(v-1)}[u, v] + MN \hat{c}_{(u,v)}^{(v)}. \quad (3.28)$$

K aktualizaci dochází i ve vzorci pro výpočet reziduí:

$$r^{(v)}[m, n] = r^{(v-1)}[m, n] - \hat{c}_{(u,v)}^{(v)} \phi_{(u,v)}[m, n] \quad (3.29)$$

a ve frekvenční doméně:

$$R_w^{(v)}[k, l] = R_w^{(v-1)}[k, l] - \hat{c}_{(u,v)}^{(v)} W[k - u, l - v], \forall (k, l). \quad (3.30)$$

Po aktualizaci modelu se přistoupí k řešení další iterace stejným procesem. Kroky pokračují dokud není dosažena předem definovaná podmínka zastavení (žádaný počet iterací). Jelikož mohou být všechny kroky vyjádřeny ve frekvenční doméně, je z hlediska náročnosti výpočtu efektivnější pracovat v této doméně. Na počátku algoritmu je krok transformace z prostorové domény do frekvenční a zpětná transformace je provedena až na konci, po proběhnutí všech iterací. Posledním krokem je nahrazení neznámých vzorků ve studovaném bloku jejich odhadem, a to reálnou částí vzorků v modelu. Po tomto kroku postoupí algoritmus k rekonstrukci dalšího bloku [12].

Kapitola 4

Experimentální porovnávání metod

4.1 Popis experimentu

Tato kapitola je zaměřena na experimentální porovnávání metod vzorkování v závislosti na typu obrazu a zvolené metodě rekonstrukce. Kromě metod popsaných v kapitole 2 (PADIS, SLADS, metoda vzorkování podle modifikovaného Gaussova rozdělení), byly použity metoda náhodného vzorkování a metoda regulárního vzorkování. V případě *náhodného vzorkování* jsou pozice vybraných vzorků voleny zcela náhodně. *Regulární vzorkování* vede k vytvoření pravidelných mřížek vzorků. Příklady masek jsou ukázány v podsekcí 4.2.2. Za metody rekonstrukce jsou zvoleny metody popsané v kapitole 3, metoda *Griddata* a *Frequency selective reconstruction*, konkrétně modifikace algoritmu pro rychlejší výpočet (Rapid FSR)[15].

Porovnávání kvality rekonstrukcí probíhá na základě výpočtu *PSNR* (*Peak signal-to-noise ratio*): poměr mezi maximální možnou hodnotou signálu (obrazu) a jeho zkreslením (zkreslujícím šumem), který ovlivňuje jeho kvalitu. Výpočet pro dva obrazy A, B o rozměrech $m \times n$ probíhá pomocí následujícího vzorce:

$$PSNR = 20 \log_{10} \left(\frac{MAX_I}{\sqrt{MSE}} \right), \quad (4.1)$$

kde *MSE* značí *střední kvadratickou chybu* (*mean squared error*):

$$MSE = \frac{1}{m \times n} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} \|A(i, j) - B(i, j)\|^2, \quad (4.2)$$

MAX_I značí maximální možnou hodnotu pixelu v obrazu (v případě obrazů použitých v této práci se jedná o hodnotu 255: pixely jsou reprezentovány pomocí 8 bitů na vzorek). Předpokládá se, že vyšší hodnota *PSNR* odpovídá kvalitnější rekonstrukci. Nicméně je třeba zmínit, že hodnota *PSNR* nemusí vždy odpovídat vnímání lidského oka (vizuální kvalita je subjektivní), přestože se jedná o nejbližší aproximaci tohoto vnímání.

Porovnávání metod vzorkování a rekonstrukce probíhá pomocí 4 sad obrázků:

1. Obličej [16]
2. Květy [19]
3. Fasády/budovy [17]
4. Diatomy: mikroskopické snímky. [18]

Každá sada obsahuje 7 obrázků stejného typu a stejné velikosti. Následující tabulka shrnuje vlastnosti testovacích obrazů ze 4 sad:

Sada	počet obrazů	typ	velikost (výška×šířka)
Květiny	7	šedotónový	466 × 300
Oblíčeje	7	šedotónový	300 × 300
Fasády	7	šedotónový	500 × 374
Diatomy	7	šedotónový	230 × 500

Nejprve je pro každý obraz ze všech skupin provedeno 10 experimentů vzorkování, následně pro každou metodu jsou obrazy zrekonstruovány. Získané PSNR hodnoty, které dávají do poměru získané rekonstrukce a originální obrazy, jsou zprůměrovány. Výsledné hodnoty PSNR jsou následně zprůměrovány přes všechny obrazy v sadě. Výsledkem porovnávání jsou dva grafy:

1. Graf porovnávající metody vzorkování pro metodu rekonstrukce *Griddata*
2. Graf porovnávající metody vzorkování pro metodu rekonstrukce *FSR*

Metoda SLADS byla před testováním na zvolených obrazech navíc natrénována na sadě 9 šedotónových obrazů stejného typu (stejná rodina obrazů, stejná velikost) pro odvození parametru c popsaného v kapitole 2 v podsekcí 2.3.4.

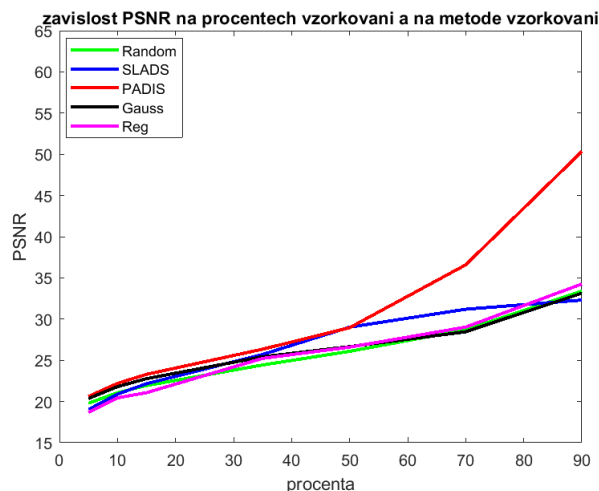
Algoritmy pro metodu PADIS [21], inkrementální vzorkování pomocí modifikovaného Gaussova rozdělení [21] a SLADS [20] jsou k dispozici od autorů v jazyce Python. Metoda rekonstrukce *rapid FSR* je k dispozici v MATLABu [15]. Byly provedeny úpravy pro použití k testování na datasech, které jsou předmětem zkoumání v této práci. Ostatní potřebné kódy pro vzorkování a rekonstrukci byly vytvořeny v prostředí MATLAB.

4.2 Výsledky a diskuze

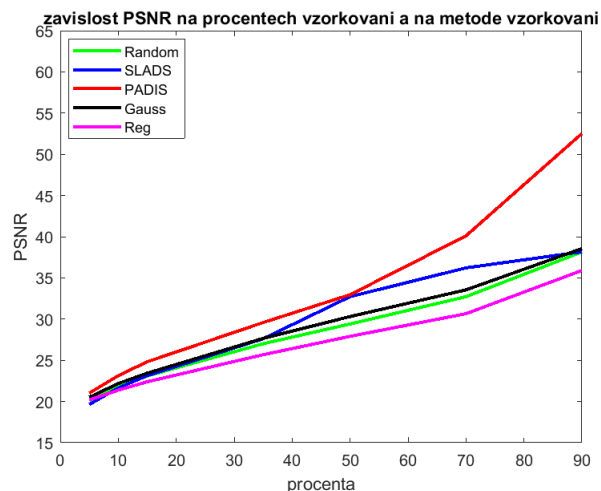
4.2.1 Grafické a tabulkové znázornění výsledků

Poznámka ke grafům a tabulkám: Ve všech následujících tabulkách a grafech označuje *Random* náhodné vzorkování, *Reg* pravidelné vzorkování a *Gauss* vzorkování podle modifikovaného Gaussova rozdělení popsaného v kapitole 2 v sekci 2.1.

Pro každou třídu jsou výsledky (průměry PSNR) ukázány na dvou grafech, první pro rekonstrukční metodu *Griddata* (Delaunayova triangulace) a druhý pro rekonstrukci pomocí *Frequency selective reconstruction* (FSR). Osa y všech grafů jsou ve stejném intervalu za účelem lepšího porovnání. Průměrné hodnoty PSNR jsou následně prezentovány v tabulkách (stejně jako v případě grafů, jedna tabulka pro metodu *griddata* a druhá pro metodu *FSR*). Hodnoty v tabulkách jsou zaokrouhleny na 3 desetinná místa.



Obrázek 4.1: Fasády: porovnání metod vzorkování při použití 'griddata'





















Obrázek 4.2: Fasády: porovnání metod vzorkování při použití 'FSR'

Fasády/ budovy	5%	10%	15%	35%	50%	70%	90%
Regular	18,677	20,442	21,070	25,230	26,598	29,030	34,257
Random	19,788	21,062	21,937	24,427	26,088	28,698	33,400
Gauss	20,360	21,805	22,771	25,425	26,658	28,460	33,141
SLADS	19,025	20,891	22,161	25,709	29,022	31,193	32,306
PADIS	20,610	22,202	23,294	26,348	28,959	36,585	50,339

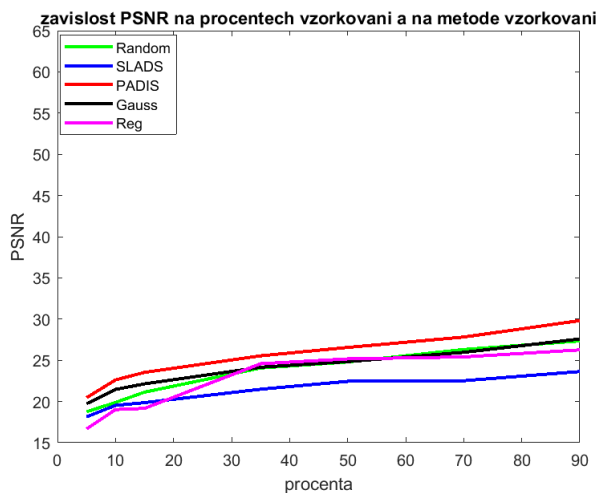
Tabulka 4.1: Tabulka průměrných PSNR: fasády, metoda 'griddata'

Fasády/ budovy	5%	10%	15%	35%	50%	70%	90%
Regular	20,191	21,377	22,393	25,676	27,906	30,655	35,900
Random	20,080	21,780	23,102	27,001	29,408	32,716	38,149
Gauss	20,511	22,179	23,441	27,661	30,307	33,545	38,555
SLADS	19,643	21,636	23,141	27,614	32,720	36,216	38,163
PADIS	21,015	23,134	24,823	29,582	32,959	40,102	52,517

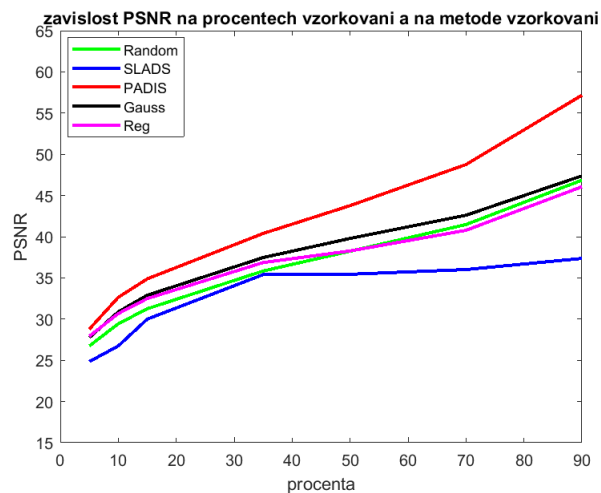
Tabulka 4.2: Tabulka průměrných PSNR: fasády, metoda 'FSR'

Originál			
Reg			
Random			
Gauss			
SLADS			
PADIS			
	<i>5%</i>	<i>15%</i>	<i>35%</i>

Tabulka 4.3: Příklady rekonstrukce FSR pro budovy/fasády: Detaily



Obrázek 4.3: Květiny: porovnání metod vzorkování při použití 'griddata'



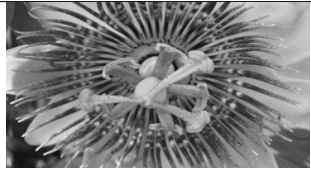
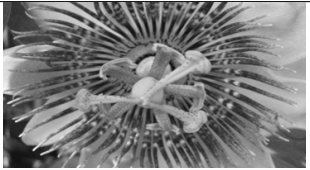
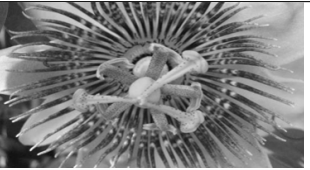



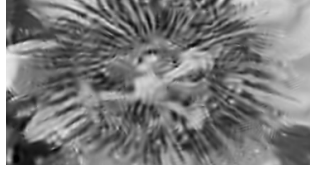
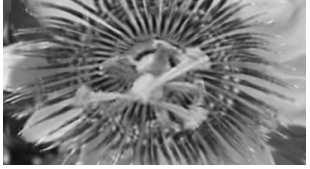

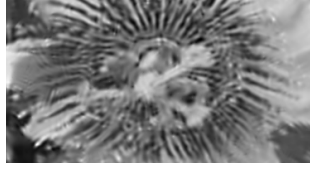
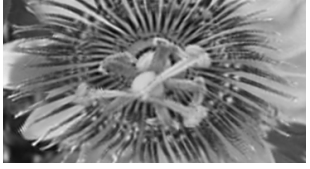




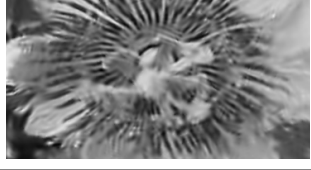


Obrázek 4.4: Květiny: porovnání metod vzorkování při použití 'FSR'

Květiny	5%	10%	15%	35%	50%	70%	90%
Regular	16,669	19,020	19,163	24,581	25,171	25,408	26,260
Random	18,750	19,885	21,132	24,063	24,793	26,308	27,342
Gauss	19,726	21,466	22,139	24,159	24,837	25,963	27,590
SLADS	18,135	19,598	19,860	21,486	22,443	22,521	23,633
PADIS	20,455	22,618	23,530	25,542	26,558	27,821	29,813

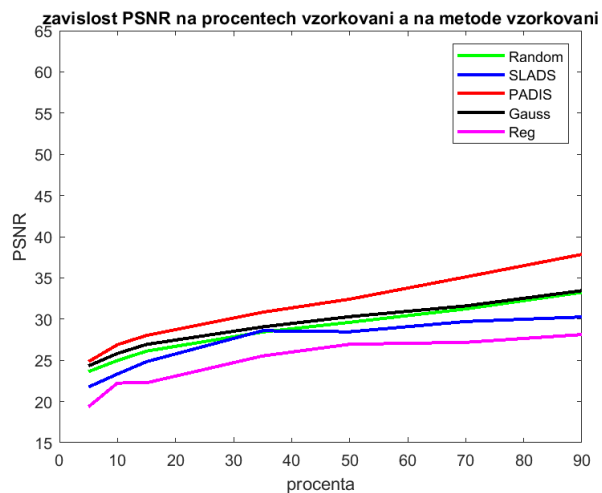
Tabulka 4.4: Tabulka průměrných PSNR: květiny, metoda 'griddata'

Květiny	5%	10%	15%	35%	50%	70%	90%
Regular	27,920	30,671	32,489	36,861	38,269	40,771	46,061
Random	26,735	29,432	31,252	35,826	38,238	41,474	46,857
Gauss	27,763	30,878	32,900	37,470	39,787	42,604	47,381
SLADS	24,840	26,740	29,995	35,396	35,440	36,010	37,361
PADIS	28,779	32,640	34,883	40,392	43,770	48,757	57,165

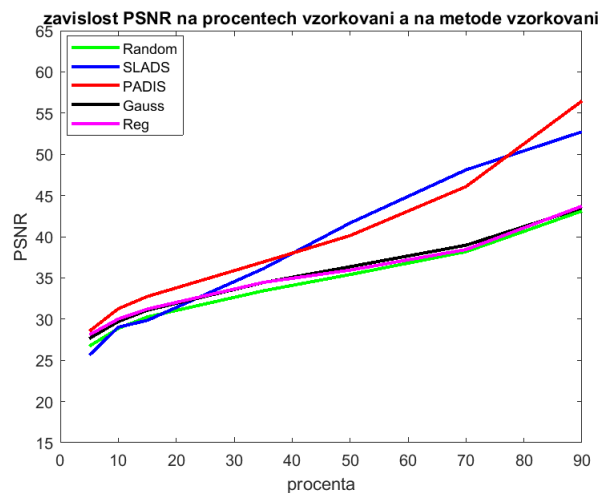
Tabulka 4.5: Tabulka průměrných PSNR: květiny, metoda 'FSR'

Originál			
Reg			
Random			
Gauss			
SLADS			
PADIS			
	5%	15%	35%

Tabulka 4.6: Příklady rekonstrukce FSR pro květiny: Detaily



Obrázek 4.5: Obličeje: porovnání metod vzorkování při použití 'griddata'





















Obrázek 4.6: Obličeje: porovnání metod vzorkování při použití 'FSR'

Obličeje	5%	10%	15%	35%	50%	70%	90%
Regular	19,353	22,243	22,265	25,525	26,944	27,180	28,120
Random	23,626	24,977	26,110	28,435	28,606	31,233	33,242
Gauss	24,318	25,831	26,925	29,053	30,295	31,599	33,453
SLADS	21,756	23,338	24,829	28,587	28,457	29,703	30,258
PADIS	24,834	26,897	28,017	30,831	32,419	35,112	37,851

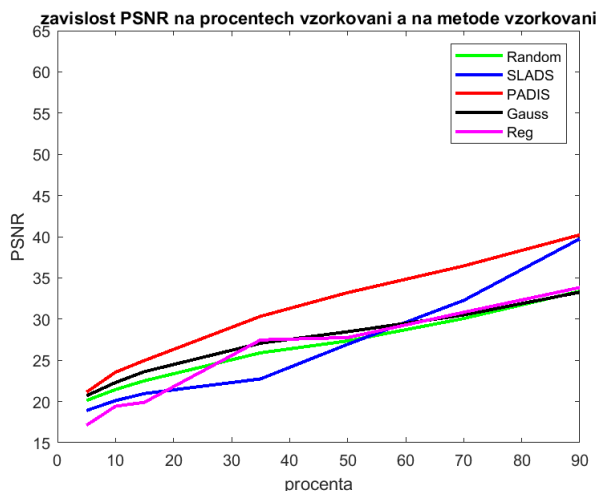
Tabulka 4.7: Tabulka průměrných PSNR: obličeje, metoda 'griddata'

Obličeje	5%	10%	15%	35%	50%	70%	90%
Regular	28,090	30,012	31,219	34,450	35,941	38,438	43,702
Random	26,708	28,868	30,252	33,428	35,404	38,180	43,109
Gauss	27,643	29,706	31,076	34,431	36,355	38,966	43,481
SLADS	25,610	29,019	29,841	36,110	41,657	48,109	52,727
PADIS	28,523	31,257	32,739	36,926	40,130	46,078	56,464

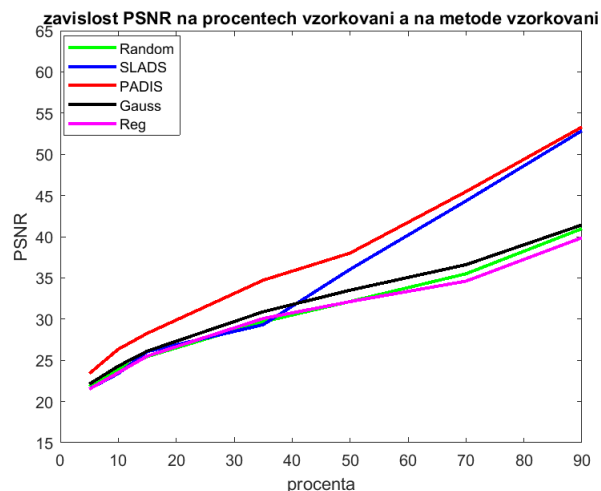
Tabulka 4.8: Tabulka průměrných PSNR: obličeje, metoda 'FSR'

Originál			
Reg			
Random			
Gauss			
SLADS			
PADIS			
	5%	15%	35%

Tabulka 4.9: Příklady rekonstrukce FSR pro obličej: Detaily



Obrázek 4.7: Diatomy: porovnání metod vzorkování při použití 'griddata'



Obrázek 4.8: Diatomy: porovnání metod vzorkování při použití 'FSR'

Diatomy	5%	10%	15%	35%	50%	70%	90%
Regular	17,118	19,419	19,905	27,474	27,754	30,826	33,830
Random	20,117	21,449	22,516	25,909	27,347	30,071	33,379
Gauss	20,692	22,301	23,625	27,078	28,467	30,503	33,265
SLADS	18,903	20,103	20,965	22,743	26,939	32,269	39,746
PADIS	21,129	23,553	24,980	30,337	33,210	36,455	40,219

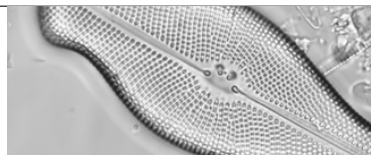
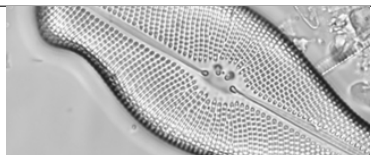
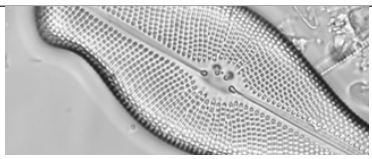
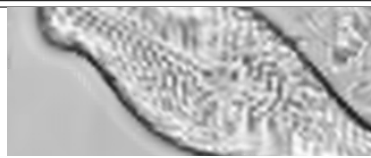
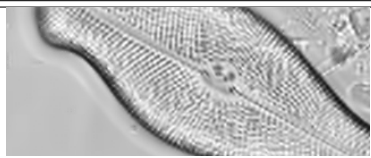
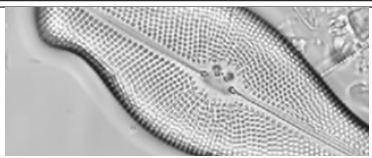
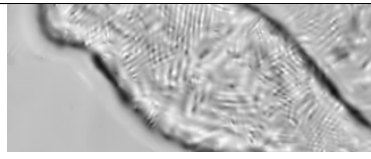
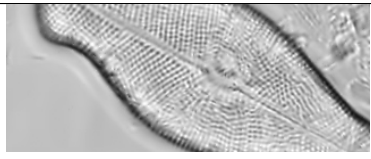
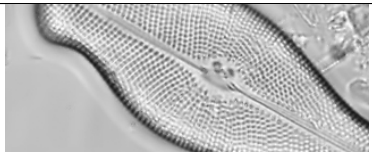
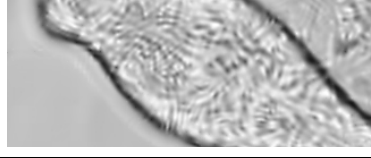
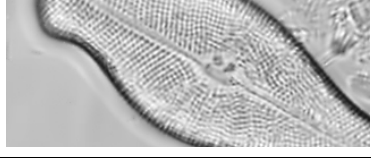
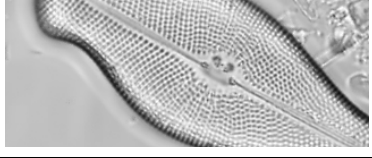
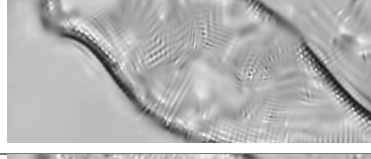
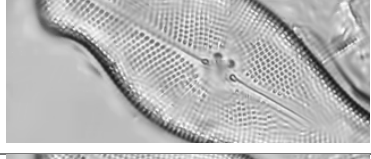
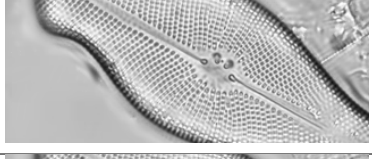
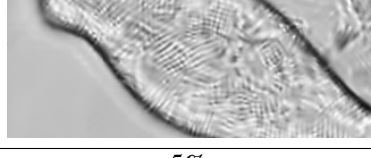
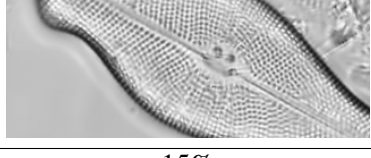
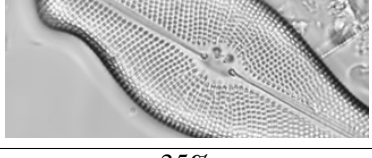
Tabulka 4.10: Tabulka průměrných PSNR: obličej, metoda 'griddata'

Diatomy	5%	10%	15%	35%	50%	70%	90%
Regular	21,502	23,503	25,522	30,070	32,119	34,606	39,873
Random	21,817	23,966	25,454	29,669	32,134	35,500	40,972
Gauss	22,112	24,294	26,119	30,889	33,505	36,604	41,427
SLADS	21,517	23,393	26,056	29,316	36,036	44,338	52,861
PADIS	23,389	26,346	28,273	34,717	38,012	45,469	53,310

Tabulka 4.11: Tabulka průměrných PSNR: diatomy, metoda 'FSR'

Z grafů a tabulek jde vidět, že nejlepší je metoda PADIS a to v případě obou rekonstrukčních metod. PADIS ostatní metody vzorkování překonává již od nízké vzorkovací frekvence a v případě metody FSR se rozdíl ve velikosti PSNR zpravidla ještě zvyšuje s rostoucími procenty vzorků. Toto ilustrují například výsledky pro fasády. S metodou *griddata* překonává PADIS ostatní metody pro 5% vzorků cca o +1dB zatímco pro 90% je rozdíl této metody oproti ostatním o cca +15dB. Je třeba zmínit, že od cca 40dB jsou rozdíly v PSNR víceméně nepozorovatelné pouhým okem.

Lze si také všimnout, že metoda SLADS se hlavně pro nízká procenta výrazně neliší kvalitou rekonstrukce od metod, které nejsou dynamické. Překonává je až pro vyšší vzorkovací frekvenci (viz graf 4.1 a 4.2), případně pouze v případě sofistikovanější rekonstrukční metody, viz graf 4.5 a 4.6, kdy metoda

Originál			
Reg			
Random			
Gauss			
SLADS			
PADIS			
	5%	15%	35%

Tabulka 4.12: Příklady rekonstrukce FSR pro diatomy: Detaily

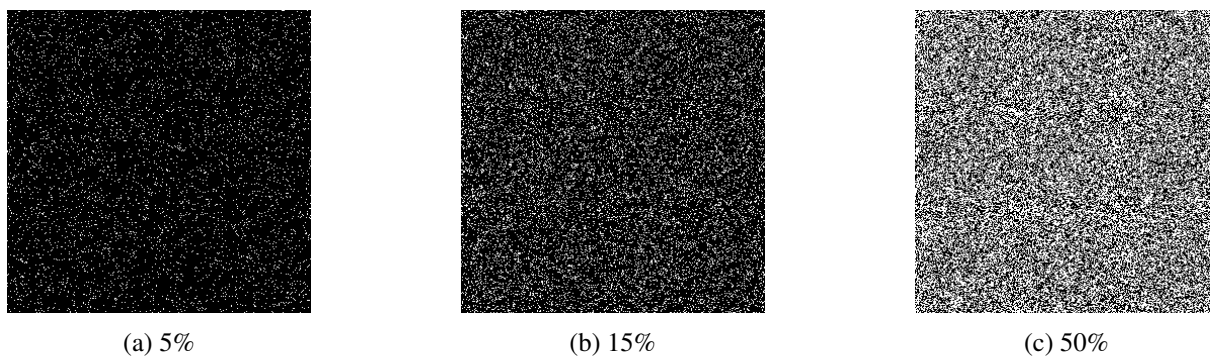
SLADS překonává metody neadaptivního vzorkování pouze v případě rekonstrukce *FSR*. V tomto případě dává ale dokonce lepší výsledky než metoda *PADIS* (například pro 50% je PSNR vyšší o 1,5dB). Metoda SLADS se zdá tedy závislejší na zvolené metodě rekonstrukce.

Dalším pozorováním může být to, že v případě obrázků květin se metoda SLADS ukazuje jako nejméně vhodná, co se týče kvality obdržené rekonstrukce.

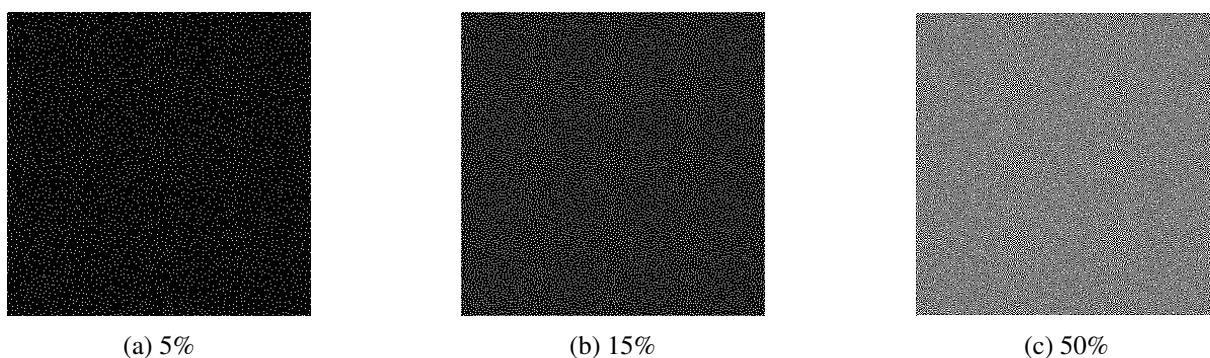
Diskuzí možných příčin uvedených pozorování z obdržených výsledků experimentu se zabývá následující sekce.

4.2.2 Interpretace a diskuze

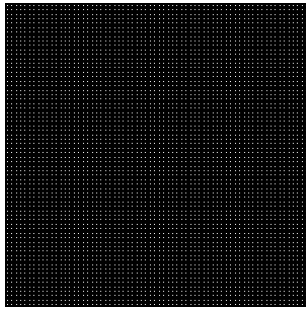
Cílem této práce je porovnat metody vzorkování a najít tu, která dává nejlepší výsledky nezávisle na zvolené rekonstrukční metodě, a to zvláště tu, která poskytuje kvalitní rekonstrukci již pro nízká procenta vzorkování (do 50%). To je žádoucí pro zrychlení procesů měření (jak bylo uvedeno v úvodu, některé metody měření mohou s rostoucím časem poškodit zkoumaný předmět, látku, organismus). Na následujících obrázcích se můžeme pro představu podívat na příklady masek a rozložení vzorkovaných bodů (obrázky 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13).



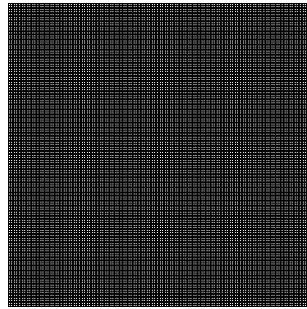
Obrázek 4.9: Příklady masek získaných metodou náhodného vzorkování pro obličeje



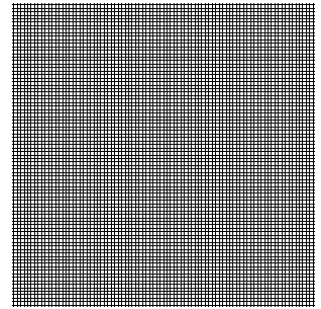
Obrázek 4.10: Příklady masek získaných metodou vzorkování modifikovaného Gaussova rozdělení pro obličeje



(a) 5%

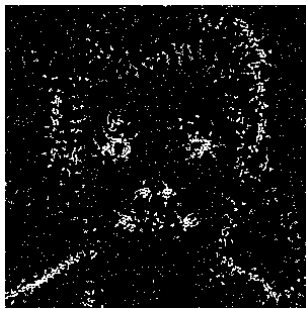


(b) 15%



(c) 50%

Obrázek 4.11: Příklady masek získaných metodou regulárního vzorkování pro obličej



(a) 5%



(b) 15%



(c) 50%

Obrázek 4.12: Příklady masek získaných metodou SLADS pro obličej



(a) 5%



(b) 15%

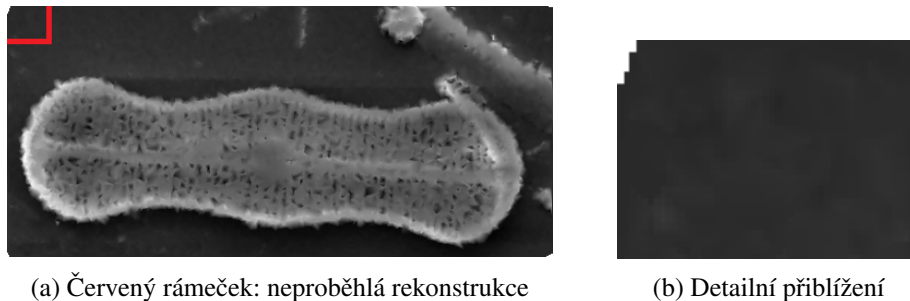


(c) 50%

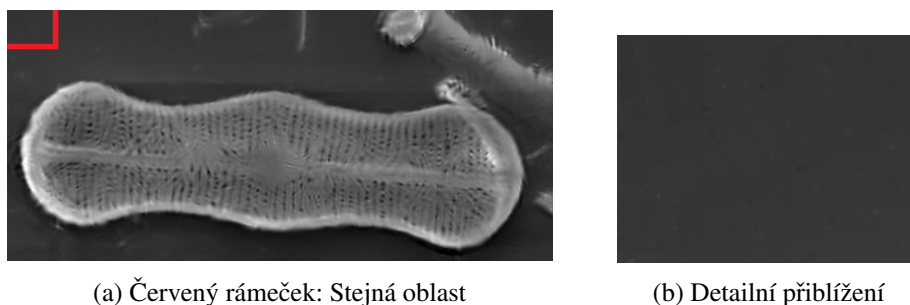
Obrázek 4.13: Příklady masek získaných metodou PADIS pro obličej

Obecně platí, že metody nepravidelného vzorkování zpravidla poskytují lepší výsledky rekonstrukce než regulární. To lze vidět i na výsledných grafech PSNR uvedených v sekci 4.2.1. V příkladech diskutovaných v této práci platí, že regulární vzorkování je zpravidla horší nebo přibližně stejné než ostatní metody. Regulární vzorkování je náchylné na *aliasing*. Zvláště v případech, kdy se v obrazu vyskytují pravidelné vzory, může dojít ke vzniku falešných frekvencí. Je tedy vhodné použít neregulární vzorkování jako například jednoduché vzorkování pomocí náhodného vzoru.

Podíváme-li se například do tabulek pro diatom (tabulky 4.7 a 4.8), pro metodu *griddata* překonává regulární vzorkování náhodné od 35%, ale i poté se příliš neliší od vzorkování náhodného. U zvolené metody regulárního vzorkování se v příslušných rekonstrukcích získaných pomocí metody *griddata* vyskytuje následující problém. Vzniká pravidelný bílý okraj, a to pravidelně pro všechny fotografie pro nízká procenta vzorků. Pro metodu náhodného vzorkování si lze všimnout podobného problému, ale jen v rozích obrazu (viz. obrázek 4.14). Dochází k tomu, že obraz nebyl plně zrekonstruován. Důvodem je nedostatečné ovzorkování okrajových oblastí, kdy triangulace nemá dostatečný počet bodů a v některých místech neproběhne. To výrazně snižuje výsledné PSNR, přestože kvalita obrazu může být ve vnitřní části vyšší než pro metodu náhodného vzorkování. V obou případech může dojít k zanedbání důležitých detailů na okraji obrazu. Nicméně u náhodného vzorkování bílé plochy vznikají pouze v rozích, ne po celém okraji jako u vzorkování regulárního, a to navíc nepravidelně. Lze tedy rozhodnout, že v případě metody *griddata* je lepší volit vzorkování podle náhodného vzoru. Tomuto problému se lze vyhnout použitím jiné rekonstrukční metody. Podíváme-li se do tabulek pro rekonstrukční metodu *FSR*, vidíme, že za použití této metody se PSNR regulárního vzorkování vždy víceméně shoduje s metodou náhodného vzorkování (v některých případech ji dokonce lehce překonává). Pro obě zmíněné metody (náhodné a regulární) nabízí *FSR* kvalitnější rekonstrukci.



Obrázek 4.14: Příklad rekonstrukce 'griddata' náhodného vzorkování pro 10%

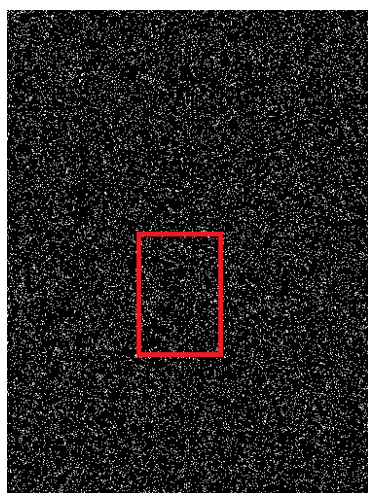


Obrázek 4.15: Příklad rekonstrukce 'FSR' náhodného vzorkování pro 10%

Jak lze vidět na obrázku 4.15 pro příklad náhodného vzorkování, metoda *FSR* dokáže plně zrekonstruovat celý obraz již od nízkých procent vzorků. Toto platí i pro regulární vzorkování (u metody *FSR*

se již problém s bílým rámečkem nevyskytuje).

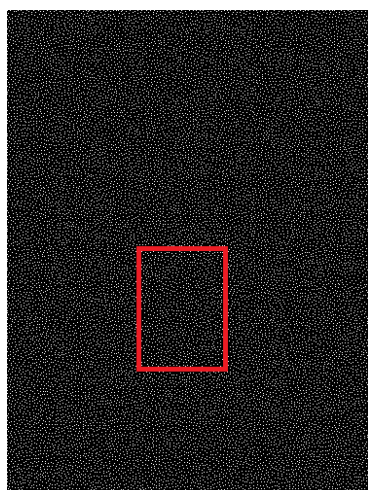
Ještě lepší volbou je v případě nedynamického vzorkování volba metody modifikovaného Gausse (viz. 2.1). Tato metoda funguje na principu modifikované hustoty normálního rozdělení. To zajišťuje, že nově přidané vzorky nejsou voleny v těsné blízkosti již naměřených vzorků. S vyšší pravděpodobností budou vybrány vzorky, které jsou vzdálenější již naměřeným pixelům. To umožňuje rozprostření vhodného počtu vzorků po celém obrazu. Nevznikají tak zanedbaná místa, která jsou nedostatečně ovzorkovaná jako u ostatních metod nedynamického vzorkování. U nich nemusí být rekonstrukce kvalitní nebo dokonce nemusí být vůbec provedena v případě použití jednoduché rekonstrukční metody založené na triangulaci, prosté interpolaci. Metoda modifikovaného Gausse tedy zajišťuje, že nejsou zanedbány některé oblasti, které mohou obsahovat podstatné detaily. Toto lze vidět na následujících příkladech (obrázky 4.16), které dokládají, že metoda modifikovaného Gausse nabízí rovnoměrné rozdělení vzorků po celém obrazu, proto nabízí kvalitnější rekonstrukce (obrázky 4.17 a 4.18).



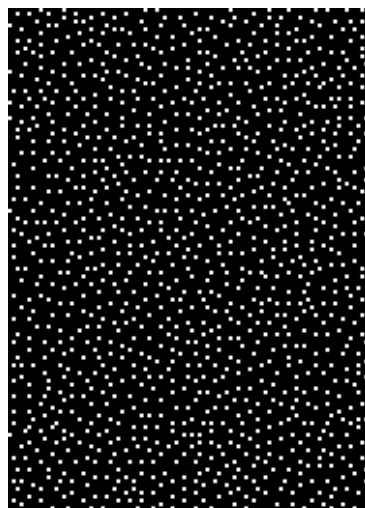
(a) Ukázka méně ovzorkovaných oblastí



(b) Detailní přiblížení a)

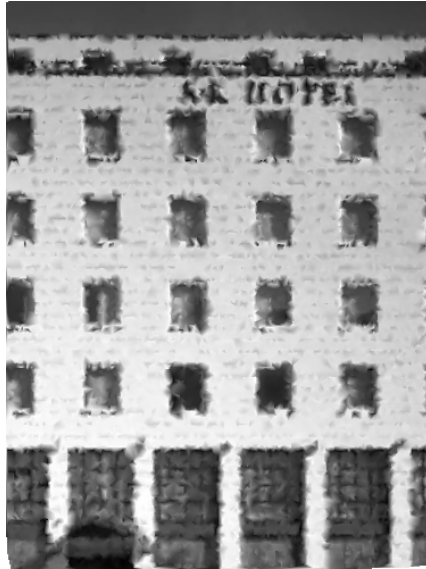


(c) Ukázka masky, jež má rovnoměrněji rozložené body



(d) Detailní přiblížení b)

Obrázek 4.16: Příklad masky: a,b) náhodného vzorkování, c,d) modifikovaný Gauss pro 10% s detaily

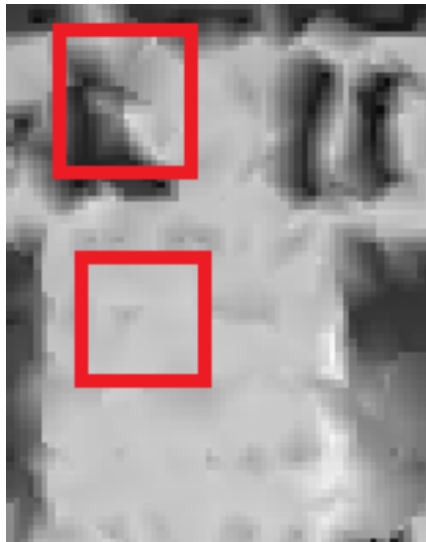


(a) Rekonstrukce: metoda náhodného vzorkování

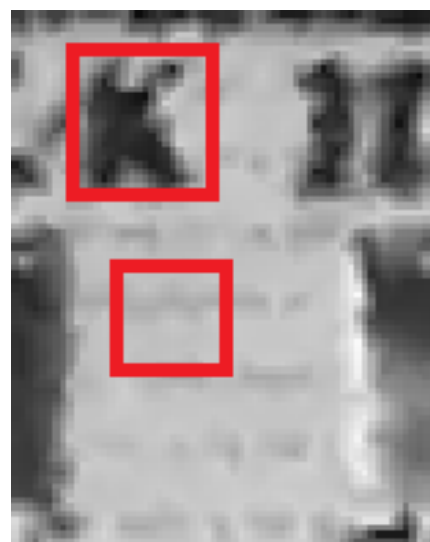


(b) Rekonstrukce: metoda modifikovaného Gaussova rozdělení

Obrázek 4.17: Příklad rekonstrukce 'griddata'



(a) Detail: metoda náhodného vzorkování



(b) Detail: vzorkování modifikované Gaussovo rozdělení

Obrázek 4.18: Detail rekonstrukcí pro vizuální porovnání

Následující diskuze je zaměřena na metody adaptivního vzorkování, jež jsou hlavním předmětem této práce. V podsekcí 4.2.1 bylo již popsáno, co lze usoudit z výsledných grafů a tabulek, a to, že metoda PADIS je nejlepší metodou pro vzorkování jak v případě použití rekonstrukce *griddata*, tak i *FSR*. Adaptivní vzorkování má obecně dávat lepší výsledky rekonstrukce než neadaptivní a to z toho důvodu, že metody berou v potaz již naměřené hodnoty pixelů. V této práci byly použity dvě metody dynamického vzorkování založené na různých principech. Metoda SLADS patří do skupiny metod, které jsou založené na principu maximalizačního kritéria, v tomto případě na kritériu maximalizace redukce zkreslení (podrobně je algoritmus vysvětlen v části 2.3). Metoda PADIS je však založená na pravděpodobnostním přístupu rozšiřujícím metodu modifikovaného Gaussova rozdělení do dynamické formy. Jak lze vidět z grafů v části 4.2.1, metoda SLADS překonává metody nedynamického vzorkování až pro vyšší procenta (nad 35%) naměřených vzorků, nedosahuje však pravidelně takových kvalit jako metoda PADIS. Porovnáním výsledků metod PADIS a SLADS pro jednotlivé rodiny obrazů zjistíme následující informace:

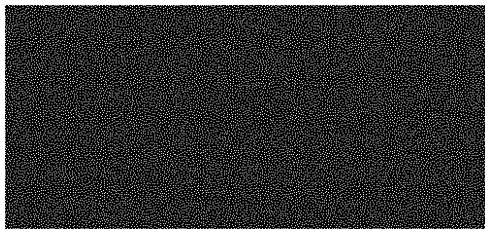
1. V případě budov/fasád a rekonstrukce *griddata* je metoda PADIS lepší do 50%, ve kterých ji SLADS lehce překonává. Následně však u PADIS hodnoty PSNR prudce rostou a rozdíl oproti ostatním metodám je pro 90% výrazný (+15dB). Podobný trend je pozorován i v případě rekonstrukce *FSR*.
2. Pro zvolené obrazy květin je metoda SLADS nejméně vhodná, dokonce méně vhodná než metody neadaptivního vzorkování (překonává pouze metodu regulárního vzorkování pro rekonstrukční metodu *griddata*, podle grafu 4.3 navíc jen do cca 20%).
3. Pro diatomy a obličej je lze pozorovat podobný trend v grafech jako v bodě 1, co se týče vztahu metody SLADS a PADIS. Pro rekonstrukční metodu *griddata* dává jednoznačně kvalitnější výsledky metoda PADIS. Pro rekonstrukční metodu *FSR* se SLADS ke kvalitě metody druhé metody adaptivního vzorkování přibližuje až pro vyšší procenta (pro obličej je pro interval 50% – 70% překonává maximálně však o 2.031dB viz graf 4.6).

Ve všech případech je lepší volbou metoda PADIS. Důvodem je právě pravděpodobnostní přístup, na kterém je metoda založena. Respektive pro metodu SLADS je, jako i pro jiné gradientní metody, problém v maximalizačním kritériu. Metoda volí další vzorky podle největší očekávané hodnoty snížení zkreslení. Hranice, neboli výrazné změny intenzit, tato metoda identifikuje velmi dobře. Nicméně zcela zanedbává oblasti, kde je změna intenzit méně výrazná. Nelze tedy provést kvalitní rekonstrukci jemných detailů v obrazu. Naopak výrazné hranice jsou vzorkovány se zbytečně vysokou frekvencí. Tento problém řeší metoda PADIS, která je navržena tak, že vzorkuje s vyšší frekvencí heterogenní oblasti, ale zároveň zanedbává oblasti, které jsou více homogenní. To vysvětluje uvedená pozorování. Metoda SLADS je schopna se vyrovnat metodě PADIS až pro vyšší procenta vzorkování. Homogenní oblasti totiž vzorkuje až příliš pozdě. Metoda PADIS je naopak schopna tyto části dostatečně ovzorkovat už při nízkých procentech vzorků, a proto překonává všechny metody již od 5%. Opomínání více homogenních oblastí s jemnými detaily může být důvod, proč metoda SLADS není schopna stejně kvalitní rekonstrukce pro květiny. Květ je složitá struktura s velmi častými změnami intenzit. Tato změna může být nepatrná, například stíny uvnitř květu (obrázek 4.19).

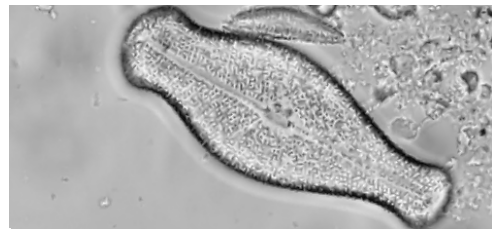


Obrázek 4.19: Příklad květu

Důležitá skutečnost, že metoda PADIS dává kvalitnější rekonstrukci, není závislá na zvolené metodě rekonstrukce. Poskytuje dobré výsledky i pro jednoduchou rekonstrukční metodu *Delaunayovy triangulace*, jelikož má ve všech částech obrazu dostatečný počet vzorků. Metoda SLADS je schopná kvalitních rekonstrukcí (ve smyslu vyrovnání se nebo překonání neadaptivních metod už pro nižší procenta vzorků) pouze pro metodu *FSR*. Pro nízkou frekvenci vzorkování se ukazuje lepší volbou například metoda modifikovaného Gausse, která je přímo navržena tak, aby nevznikaly v masce prázdná místa. Pro ilustraci výše zmíněných argumentů jsou přiloženy následující příklady masek a rekonstrukcí pro vybrané metody (4.20, 4.21, 4.22). Je na nich vidět rozdíl rozložení vzorků pro metody SLADS, PADIS a modifikovaného Gausse.

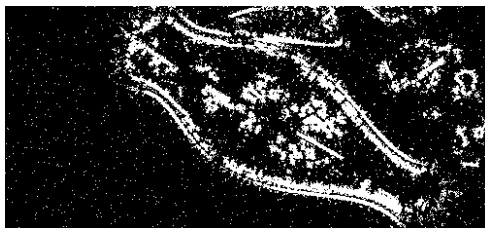


(a) Maska

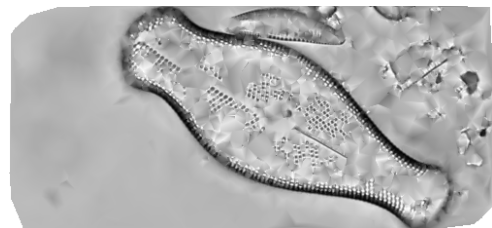


(b) Rekonstrukce 'griddata'

Obrázek 4.20: Vzorkování podle modifikovaného Gaussova rozdělení

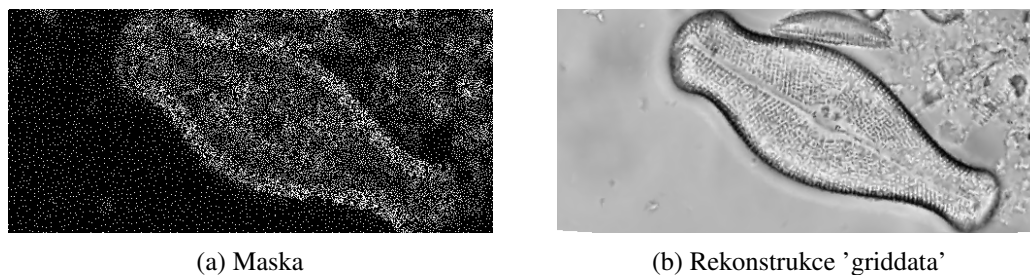


(a) Maska



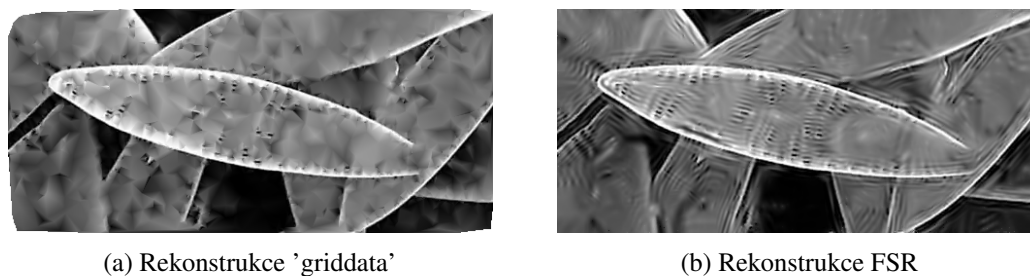
(b) Rekonstrukce 'griddata'

Obrázek 4.21: Vzorkování SLADS



Obrázek 4.22: Vzorkování PADIS

Zmíněná prázdná místa v maskách jsou důvodem, proč jsou výsledky metody SLADS více závislé na zvolené rekonstrukční metodě. Metoda *FSR* je vhodná právě v případě, kdy je v určitých oblastech málo vzorků. Pro ně nemá rekonstrukce pomocí metody *griddata* dostatečný počet bodů, aby proběhla triangulace. Při rekonstrukci pak vznikají nepravidelné bílé plochy (ze stejného důvodu vzniká bílý rámeček u regulárního vzorkování a bílá místa v případě náhodného vzorkování viz obrázky 4.14 a 4.15). Metoda *FSR* je iterativní a zpracování probíhá po blocích. Obraz složený z hodnot naměřených pixelů, které vznikají po aplikaci příslušných masek, je rozdělen do bloků, které jsou zpracovány postupně v závislosti na okolí. Nejprve jsou zrekonstruovány bloky s větším počtem naměřených vzorků. Body vzniklé při rekonstrukci jsou pak brány v potaz při rekonstrukci následujících bloků. To je důvodem kvalitnější rekonstrukce v porovnání s metodou *griddata*, a to pro všechny metody vzorkování (příklad 4.23).



Obrázek 4.23: Dvě metody rekonstrukce pro 10% získaných pomocí metody SLADS

Závěr

Tato práce se zabývala metodami adaptivního vzorkování a rekonstrukce. Cílem bylo porovnat některé existující metody s nedynamickými vzorkujícími metodami.

V první kapitole byl zaveden obecný matematický model, kde byl popsán rozdíl mezi statickým a dynamickým vzorkováním. Ve druhé kapitole byly podrobně rozebrány zkoumané metody vzorkování. Jedná se o nedynamickou metodu založenou na *modifikované hustotě Gaussova rozdělení* [5], která zajišťuje, že jsou s vyšší pravděpodobností zvoleny pozice nových vzorků ve větší vzdálenosti od již vybraných pixelů. Druhou metodou je nedávno publikovaný algoritmus dynamického vzorkování *PADIS* [1]. Je založen na pravděpodobnostním přístupu, který rozšiřuje metodu modifikovaného Gaussova rozdělení do dynamické metody. Poslední testovanou metodou je algoritmus *SLADS* [2], také zástupce dynamického vzorkování, který ale funguje na principu maximalizačního kritéria. Třetí kapitola popisovala použité rekonstrukční metody. Pro porovnání byla zvolena jednoduchá metoda *Delaunayovy triangulace* a sofistikovanější metoda *Frequency selective reconstruction* využívající faktu, že obrazové signály mohou být zobrazeny jako řídké ve frekvenční doméně [12]. Navíc obraz rozděluje do bloků a zpracovává je iterativně. Poslední kapitola se zabývala výsledky porovnávání uvedených metod vzorkování s regulárním a náhodným vzorkováním v závislosti na použité rekonstrukční metodě a různých datasetech. Výsledky byly prezentovány pomocí grafů a tabulek a následně byly rozebrány a popsány možné příčiny rozdílů metod, které byly ilustrovány na příkladech masek a rekonstrukcí.

Bylo ukázáno, že metoda *PADIS* je schopná kvalitní rekonstrukce už pro nízká procenta vzorků. Překonává ostatní uvedené metody, v některých případech i velmi významně. Toto navíc platí jak pro rekonstrukční metodu *FSR*, tak i pro jednoduchou metodu *griddata*. Není tedy závislá na volbě rekonstrukčního algoritmu jako druhá metoda adaptivního vzorkování *SLADS*, která poskytuje kvalitní výsledky spíše v kombinaci s metodou *FSR*. Při porovnání výsledných PSNR se ukazuje, že nejlepší kombinací je metoda *PADIS* s rekonstrukční metodou *FSR*. Existující algoritmy dynamického vzorkování, jako je právě zmiňovaný *SLADS*, fungují velmi dobře na hranicích, tedy v místech výrazných změn intenzity. Problém je ale nedostatečné ovzorkování zdánlivě homogenních oblastí (míst, kde se intenzita mění jen lehce). Tyto oblasti začíná vzorkovat až příliš pozdě. Tento problém je překonán metodou *PADIS*. Ta vzorkuje tyto oblasti již od nízkých procent (5% – 15%) a je tedy schopná provést kvalitní rekonstrukci jemných, méně výrazných detailů.

Budoucí práce se mohou zabývat otázkou, zda je možné existující algoritmy adaptivního vzorkování přizpůsobit přímo zvolenému rekonstrukčnímu algoritmu. Výsledky práce ukazují, že příkladem efektivní kombinace metody vzorkování a rekonstrukce je spojení metody *PADIS* a rekonstrukčního algoritmu *FSR*.

Literatura

- [1] Grosche, S., Koller, M., Seiler, J., & Kaup, A. (2020). Dynamic image sampling using a novel variance based probability mass function. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 6, 1440–1450. <https://doi.org/10.1109/tci.2020.3031077>
- [2] Godaliyadda, G. M., Ye, D. H., Uchic, M. D., Groeber, M. A., Buzzard, G. T., & Bouman, C. A. (2018). A framework for dynamic image sampling based on supervised learning. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 4(1), 1–16. <https://doi.org/10.1109/tci.2017.2777482>
- [3] Kwon, J., Elgawish, M. S., & Shim, S. (2022). Bleaching-resistant super-resolution fluorescence microscopy. *Advanced Science*, 9(9), 2101817. <https://doi.org/10.1002/advs.202101817>
- [4] MEFANET, síť lékařských fakult Č. a S. (n.d.). Fluorescenční Mikroskop. WikiSkripta. https://www.wikiskripta.eu/w/Fluorescencni_mikroskop
- [5] Grosche, S., Seiler, J., & Kaup, A. (2018). Design techniques for incremental non-regular image sampling patterns. 2018 *IEEE International Conference on Imaging Systems and Techniques (IST)*. <https://doi.org/10.1109/ist.2018.8577090>
- [6] Gonzales, R. C., & Woods, R. E. (2002). *Digital Image Processing. 2nd ed.*, Prentice Hall.
- [7] Brunton, S. L., & Kutz, J. N. (2022). *Data-Driven Science and Engineering: Machine Learning, Dynamical Systems, and Control*. Cambridge University Press.
- [8] Interpolate 2-D or 3-D scattered data - MATLAB. (n.d.). <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/griddata.html>
- [9] Wong, A. K. (2019). Exploiting Regularities to Recover 3D Scene Geometry. UCLA. Retrieved from: <https://escholarship.org/uc/item/41r9z8sv>
- [10] University of Stuttgart. (n.d.). 3. Interpolation and Filtering. Visualization. University of Stuttgart. Retrieved from: https://cgl.ethz.ch/teaching/scivis_common/stuff/StuttgartCourse/VIS-Slides-03-Interpolation_and_Filtering.pdf
- [11] Interpolating scattered data - MATLAB, simulink. (n.d.). <https://www.mathworks.com/help/matlab/math/interpolating-scattered-data.html>
- [12] Seiler, J., Jonscher, M., Schoberl, M., & Kaup, A. (2015). Resampling images to a regular grid from a non-regular subset of pixel positions using frequency selective reconstruction. *IEEE Transactions on Image Processing*, 24(11), 4540–4555. <https://doi.org/10.1109/tip.2015.2463084>
- [13] Meisinger, K., & Kaup, A. (n.d.). Spatial error concealment of corrupted image data using frequency selective extrapolation. 2004 *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. <https://doi.org/10.1109/icassp.2004.1326518>

- [14] Meisinger, K., & Kaup, A. (n.d.-a). Minimizing a weighted error criterion for spatial error concealment of missing image data. 2004 *International Conference on Image Processing*, 2004. ICIP '04. <https://doi.org/10.1109/icip.2004.1419422>
- [15] LMS / rapid-FSR · GITLAB. GitLab. (n.d.). <https://gitlab.lms.tf.fau.de/LMS/Rapid-FSR>
- [16] Gupta, A. (2020, September 21). *Human faces*. Kaggle. <https://www.kaggle.com/datasets/ashwingupta3012/human-faces>
- [17] Ashwath, B. (2020, October 17). *Facades dataset*. Kaggle. <https://www.kaggle.com/datasets/balraj98/facades-dataset>
- [18] Salimon, A. I., Sapozhnikov, P. V., Everaerts, J., Yu. Kalinina, O., Besnard, C., Papadaki, C., Cvjetinovic, J., Statnik, E. S., Kan, Y., Aggrey, P., Kalyaev, V., Lukashova, M., Somov, P., & Korsunsky, A. M. (2020). A mini-atlas of diatom frustule electron microscopy images at different magnifications. *Materials Today: Proceedings*, 33, 1924–1933. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.05.602>
- [19] *102 category Flower Dataset*. Visual Geometry Group - University of Oxford. (n.d.). <https://www.robots.ox.ac.uk/~vgg/data/flowers/102/index.html>
- [20] *A supervised learning approach to Dynamic Sampling (SLADS)*. SLADS home page. (n.d.). <https://engineering.purdue.edu/~bouman/software/SLADS/>
- [21] LMS / PADIS public · GITLAB. GitLab. (n.d.). <https://gitlab.lms.tf.fau.de/LMS/PADIS>